

С. В. ГАЙВОРОНСКИЙ, В. А. ЗВЕРЕВ

## АНАЛИЗ КОРРЕКЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ИЗ ТРЕХ ОТРАЖАЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Предложен метод параметрического синтеза оптической системы из трех отражающих поверхностей, основанный на построении ее параметрической модели. Показано, что в рассматриваемой оптической системе коэффициент центрального экранирования по диаметру зрачка может принимать значения в диапазоне  $0,382 < K_3 < 0,634$ , что обуславливает ее применение при внеосевом ходе лучей, когда экранирование зрачка отсутствует.

**Ключевые слова:** оптическая система, отражающая поверхность, апертурная диафрагма, коэффициент экранирования, параметры, aberrации.

Любой вогнутый отражающий параболоид, как показано в работе [1], можно дополнить двухзеркальной системой, позволяющей устранить кому при сохранении коррекции сферической aberrации. Формируемая при этом апланатическая система состоит из трех отражающих поверхностей и не имеет промежуточного изображения: см. рис. 1, где  $S_1$  — главное зеркало,  $S_2$  — вторичное зеркало,  $S_3$  — зеркало. Для достижения максимальной величины углового поля изображаемого пространства осевая точка поверхности изображения должна располагаться в осевой точке вторичного зеркала или вблизи нее. В работе [2] показано, что задачу компенсации не только комы при сохранении коррекции сферической aberrации, но и астигматизма изображения, образованного оптической системой Пихта, можно решить и при сферической форме дополнительных отражающих поверхностей. В этой же работе на основе общей схемы, представленной на рис. 1, показана возможность коррекции четырех aberrаций — сферической aberrации, комы, астигматизма и кривизны поверхности изображения. Однако в этом случае, при приемлемом центральном экранировании световых пучков

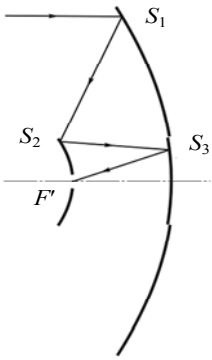


Рис. 1

лучей, плоскость изображения (плоскость приемника световой энергии) занимает конструктивно неудобное положение между второй и третьей отражающими поверхностями объектива.

В общем случае задачу параметрического синтеза оптической системы из трех отражающих поверхностей можно решить путем построения ее параметрической модели. Для этого, дополнив каждую поверхность сферической или несферической формы безабберационной плоской поверхностью, образуем систему тонких зеркальных компонентов [3], обладающих оптической силой  $\varphi_i = (-1)^i \cdot 2/r_i$ , где  $r_i$  — радиус кривизны в осевой точке первой по ходу лучей отражающей поверхности компонента; при этом расстояние между  $i$ -м и  $(i+1)$ -м компонентами  $d_i = (-1)^i d_{0i}$ , где  $d_{0i}$  — расстояние между  $i$ -й и  $(i+1)$ -й поверхностями в исходной системе. Будем считать, что в системе из трех компонентов  $\varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3$ . Обозначим  $\varphi_3 = \varphi_k$ ,  $\varphi_2 = \varphi_0$ , а  $d_2 = d$ . Взаимосвязь параметров определим с помощью соответствующих коэффициентов в следующем виде:  $\varphi_1 = k_k \varphi_k$ ,  $\varphi_2 = k_0 \varphi_k$ ,  $d_1 = k_t d$ ,  $\varphi_k d = d_k$ ,  $s'_{F'} = k_s d$ .

Кривизна поверхности изображения, сформированного рассматриваемой оптической системой, определяется коэффициентом  $S_{IV} = -\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 = -\varphi_k(1 + k_k + k_0)$ . Положив  $S_{IV} = 0$ , находим, что  $k_0 = -1 - k_k$ . Применив при этом соотношения параксиальной оптики, получим уравнение [4]

$$d_k^3 - Ad_k^2 + Bd_k + C = 0, \quad (1)$$

где

$$A = \frac{1}{k_s} \left( 1 + \frac{k_s}{k_k k_t} \frac{1 + k_k^2 k_t}{1 + k_k} \right), \quad B = \frac{1 - k_k k_t}{k_s k_k k_t (1 + k_k)}, \quad C = \frac{1}{k_s k_k k_t (1 + k_k)}.$$

Уравнение (1) по сути определяет все многообразие оптических систем из трех тонких зеркальных компонентов. Конкретизация значений коэффициентов, входящих в уравнение, обуславливается требованиями к габаритным параметрам разрабатываемой оптической системы и к коррекции aberrаций сформированного ею изображения. В общем случае, решив кубическое уравнение (1) при выбранных значениях коэффициентов  $k_k$ ,  $k_t$  и  $k_s$ , находим величину  $d_k$ . В масштабе фокусного расстояния всей системы (при  $\varphi = 1$ ) оптическая сила  $\varphi_k$  характеризуется выражением

$$\varphi_k = \frac{1}{d_k} \frac{1}{1 + k_k^2 k_t - k_k k_t (1 + k_k) d_k}. \quad (2)$$

Определив величину  $\varphi_k$ , находим  $d = d_k / \varphi_k$ ,  $s'_{F'} = k_s d$ ,  $\varphi_1 = k_k \varphi_k$ ,  $\varphi_2 = -(1 + k_k) \varphi_k$ ,  $\varphi_3 = \varphi_k$ .

Конструктивно приемлемой можно считать оптическую систему при значениях коэффициентов  $k_k = k_t = k_s = 1$ . При этом коэффициенты уравнения (1) принимают значения:  $A=2$ ,  $B=0$ ,  $C=0,5$ , подставив которые в уравнение (1), получим  $d_k^3 - 2d_k^2 + 0,5 = 0$ .

Из трех решений уравнения (1) выбираем следующее:  $d_k = 0,597$ . Подставив соответствующие величины в выражение (2), находим, что  $\varphi_k = 2,078$ . В этом случае  $d = s'_{F'} = 0,287$ ,  $\varphi_1 = \varphi_3 = 2,078$ ,  $\varphi_2 = 4,156$ . Полученные значения соответствуют параметрам зеркального объектива, предложенного Рамзеем и воспроизведенного, по описанию в работе [5], Г. Г. Слюсаревым [6].

В центрированных оптических системах, содержащих отражающие поверхности сферической и несферической формы, при осесимметричном ходе световых пучков лучей

центральная часть этих пучков экранируется. Коэффициент центрального экранирования по диаметру входного зрачка определяется отношением

$$K_3 = \frac{h_2}{h_1} = h_2 = 1 - \varphi_1 d_1 = 1 - k_t \varphi_1 d. \quad (3)$$

В приведенном примере  $K_3 = 0,404$ .

Важным частным случаем трехкомпонентной зеркальной системы является система, в которой  $d_k = 1$ , а следовательно,  $d = 1/\varphi_k = f'_3 = s'_{F'}$ . Таким образом, в этом случае формируется телецентрический ход главных лучей в пространстве изображений. При  $d_k = 1$  и  $k_s = k_t = 1$  уравнение (1) можно преобразовать к виду  $k_k^2 + k_k - 1 = 0$ .

Одно из двух решений этого уравнения дает значение  $k_k = 0,618$ . При этом из выражения (2) находим, что оптическая сила  $\varphi_k = 2,618$ , тогда  $\varphi_1 = 1,618$ ,  $\varphi_2 = -4,236$ ,  $\varphi_3 = 2,618$ ,  $d = 0,382$ . В этом случае  $K_3 = 0,382$ .

Из уравнения (3) следует, что коэффициент  $K_3 = 0$  при  $f' = d_1$  и  $K_3 = 1$  при  $\varphi_1 = 0$ . Таким образом, при изменении коэффициента центрального экранирования в интервале  $0 \leq K_3 \leq 1$  оптическая сила первого компонента изменяется в интервале  $0 \leq f'_1 \leq \infty$ . Отсюда следует, что выбор значения коэффициента  $K_3$  обуславливает выбор одного из множества сочетаний параметров объектива рассматриваемой конструкции. Однако для того чтобы при выбранном (или заданном) значении коэффициента  $K_3$  найти значения параметров системы, необходимы аналитические соотношения, определяющие требуемую взаимосвязь коэффициента  $K_3$  с параметрами системы.

Пусть  $h_i$  — расстояние от оптической оси до точки пересечения осевого виртуального (нулевого) луча с тонким компонентом, а  $\alpha_i$  — угол, образованный этим лучом с оптической осью. Тогда, применив формулы  $\alpha_{i+1} - \alpha_i = h_i \varphi_i$ ,  $h_{i+1} = h_i - \alpha_{i+1} d_i$ , при  $\alpha_1 = 0$  и  $h_1 = 1$  получим следующую систему уравнений:

$$\varphi_1 = \frac{1 - K_3}{k_t d}, \quad (4)$$

$$\varphi_2 = \frac{K_3 - (k_s + \varphi_1) d}{K_3 d}, \quad (5)$$

$$\varphi_3 = \frac{1 - \varphi_1 - K_3 \varphi_2}{K_3 - (\varphi_1 + K_3 \varphi_2) d}. \quad (6)$$

Дополним полученную систему уравнений выражением

$$-\varphi_3 = S_{IV} + \varphi_1 + \varphi_2. \quad (7)$$

Решая систему уравнений (4)–(6) методом Гаусса — методом исключения неизвестных, получаем уравнение относительно величины  $d$ :

$$k_s \frac{k_s - K_3 S_{IV}}{K_3} d^2 + \frac{k_s (1 - K_3)^2 - (1 + 2k_s) K_3 k_t}{K_3 k_t} d + K_3 = 0; \quad (8)$$

при  $S_{IV} = 0$

$$d^2 + \frac{k_s (1 - K_3)^2 - (1 + 2k_s) K_3 k_t}{k_s^2 k_t} d + \frac{K_3^2}{k_s^2} = 0, \quad (9)$$

при  $S_{IV} = 0$  и  $k_s = k_t = 1$

$$d^2 + (1 - 5K_3 + K_3^2)d + K_3^2 = 0. \quad (10)$$

Известно, что центральное экранирование световых пучков лучей приводит к снижению разрешающей способности сформированного изображения. Принято считать экранирование допустимым при  $K_3 \leq 0,3$ . Уравнение (10) имеет вещественные положительные решения лишь при  $K_3 \geq 0,382$ , что вносит соответствующие ограничения на применение оптической системы рассматриваемой конструкции. Однако, положив в основу принципиальную схему рассматриваемого объектива, можно построить центрированную или нецентрированную трехзеркальную систему при внеосевом ходе лучей, а следовательно, при внеосевом (кольцо на круге) изображении, как показано на рис. 2. При этом полученная система содержит внеосевые элементы первой и третьей отражающих поверхностей и осевой элемент второй поверхности [7, 8]. В любом случае для достижения хорошего качества изображения необходима, прежде всего, взаимная компенсация первичных aberrаций, вносимых в сформированное изображение каждой из отражающих поверхностей.

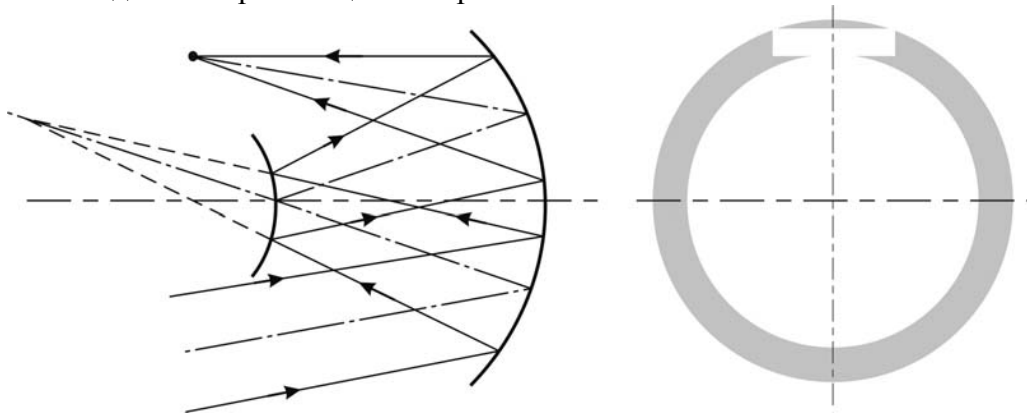


Рис. 2

Первичная сферическая aberrация, кома и астигматизм определяются соответственно коэффициентами  $S_I^*$ ,  $S_{II}^*$ ,  $S_{III}^*$ , причем [9]

$$S_I^* = B_0, \quad S_{II}^* = K_0 + qB_0, \quad S_{III}^* = C_0 + 2qK_0 + q^2B_0,$$

где

$$B_0 = \sum_{i=1}^m h_i Q_i; \quad K_0 = -\sum_{i=1}^m W_i + \sum_{i=2}^m h_i S_i Q_i; \quad C_0 = \sum_{i=1}^m \frac{n_i \alpha_{i+1} - n_{i+1} \alpha_i}{n_i n_{i+1} h_i} - 2 \sum_{i=2}^m S_i W_i + \sum_{i=2}^m h_i S_i^2 Q_i;$$

$$W_i = \frac{\Delta \alpha_i}{\Delta(1/n_i)} \left( \Delta \frac{\alpha_i}{n_i} \right), \quad Q_i = P_i + T_i \sigma_i, \quad P_i = \frac{\Delta \alpha_i}{\Delta(1/n_i)} W_i, \quad T_i = \frac{(\Delta n_i \alpha_i)^3}{(\Delta n_i)^2}, \quad S_i = \sum_{k=2}^{k=i} \frac{d_{k-1}}{k_{k-1} h_k n_k}.$$

В рассматриваемом случае

$$B_0 = P_1 + T_1 \sigma_1 + K_3 (P_2 + T_2 \sigma_2) + k_s d (P_3 + T_3 \sigma_3);$$

$$K_0 = -W_1 - W_2 - W_3 + K_3 S_2 (P_2 + T_2 \sigma_2) + k_s d S_3 (P_3 + T_3 \sigma_3);$$

$$C_0 = -2S_2 W_2 - 2S_3 W_3 + K_3 S_2^2 (P_2 + T_2 \sigma_2) + k_s d S_3^2 (P_3 + T_3 \sigma_3);$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \varphi_1^2, \quad W_2 = \frac{1}{2} K_3 \varphi_2 (2\varphi_1 + K_3 \varphi_2), \quad W_3 = \frac{1}{2} k_s \varphi_3 d (2 - k_s \varphi_3 d);$$

$$P_1 = \frac{1}{4} \varphi_1^3, \quad P_2 = \frac{1}{4} K_3 \varphi_2 (2\varphi_1 + K_3 \varphi_2)^2, \quad P_3 = \frac{1}{4} k_s \varphi_3 d (2 - k_s \varphi_3 d)^2;$$

$$T_1 = \frac{1}{4} \varphi_1^3, \quad T_2 = \frac{1}{4} K_3^3 \varphi_2^3, \quad T_3 = \frac{1}{4} k_s^3 \varphi_3^3 d^3;$$

$$S_1 = 0, \quad S_2 = \frac{k_t}{K_3} d, \quad S_3 = \frac{1 + k_s k_t d}{k_s K_3}.$$

В рассматриваемой конструкции оптической системы оптическая сила первого компонента  $\varphi_1 > 0$ . Следовательно, в соответствии с формулой (4) значение коэффициента экранирования  $K_3$  должно удовлетворять условию:  $K_3 < 1$ . Оптическая сила второго компонента  $\varphi_2 < 0$ , следовательно, в соответствии с формулой (5) коэффициент  $K_3$  должен удовлетворять условию  $K_3 < (1 + k_t k_s d) / (1 + k_t)$ . При  $k_t = k_s = 1$  уравнение (10) можно преобразовать к виду:  $K_3^2 - 3K_3 + 1,5 = 0$ , отсюда следует, что значениям  $\varphi_1 > 0$  и  $\varphi_2 < 0$  удовлетворяет значение  $K_3 < 0,634$ . Таким образом, в рассматриваемой оптической системе коэффициент центрального экранирования по диаметру зрачка может принимать значения в диапазоне  $0,382 < K_3 < 0,634$ .

Для ряда значений коэффициента  $K_3$  из интервала  $0,4 \leq K_3 \leq 0,6$  при выбранных значениях коэффициентов  $k_s$  и  $k_t$  решаем уравнение (9), откуда находим величину  $d$ . Подставив значение  $d$  в формулы (4), (5) и (6), найдем остальные параметры рассматриваемой оптической системы. Далее, подставив значения параметров системы в выражения, определяющие коэффициенты  $B_0$ ,  $K_0$  и  $C_0$ , получим систему уравнений относительно коэффициентов деформации  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  отражающих поверхностей, т.е. относительно коррекционных параметров системы. Полученные уравнения определяют условия взаимной компенсации соответствующих aberrаций изображения при  $B_0 = 0$ ,  $K_0 = 0$  и  $C_0 = 0$ . Решив при этих условиях систему уравнений относительно величин  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ , получим полный набор параметров оптической системы из трех отражающих поверхностей, формирующей изображение, свободное от первичных сферической aberrации, комы, астигматизма и кривизны поверхности (при  $S_{IV} = 0$ ).

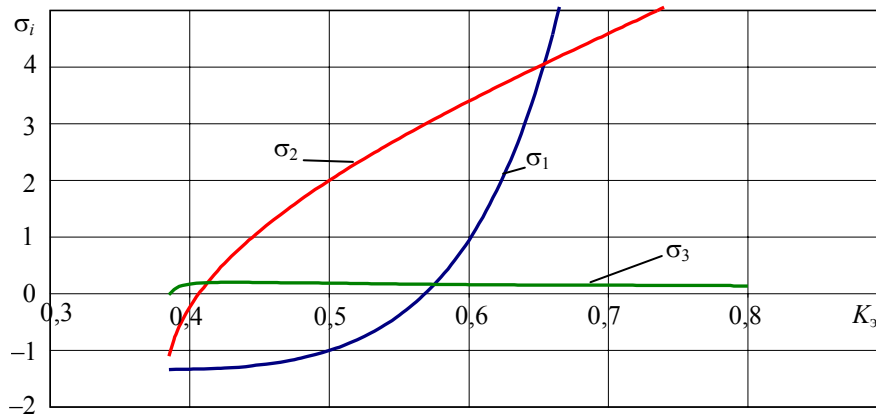


Рис. 3

На рис. 3 представлена зависимость коэффициентов деформации  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  от коэффициента экранирования  $K_3$  при  $k_t = k_s = 1$ . Как видно из графиков, при некоторых значениях коэффициента экранирования можно получить оптическую систему, в которой один из компонентов будет сферической формы. Так, например, при  $K_3 = 0,57$  главное зеркало будет иметь сферическую форму, а при  $K_3 = 0,404$  сферическим будет вторичное зеркало.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Picht J. Bestimmung eines aus einem beliebigen Paraboloidspiegel und einem Zwei—Spiegel—Zusatzsystem bestehenden Drei—Spiegel—System // Optik. 1951. В. 8. S. 85.
2. Чуриловский В. Н. Теория хроматизма и aberrаций третьего порядка. Л.: Машиностроение, 1968. С. 312.

3. *Зверев В. А., Шепелевич А. Н.* Понятие тонкого компонента в системе отражающих поверхностей // Оптич. журн. 2006. Т. 73, № 12. С. 21—26.
4. *Зверев В. А., Шепелевич А. Н.* Параметрическая модель трехкомпонентной системы отражающих поверхностей // Там же. 2007. Т. 74, № 4. С. 47—50.
5. *Rumsey N. I. A.* Optical Instruments and Techniques. London, Oriel Press, 1970.
6. *Слюсарев Г. Г.* Расчет оптических систем. Л.: Машиностроение, 1975. 640 с.
7. *Грамматин А. П., Сычева А. А.* Трехзеркальный объектив телескопа без экранирования // Оптич. журн. 2010. Т. 77, № 1. С. 24—27.
8. Pat. 4733955 US. Reflective Optical Triplet Having a Real Entrance Pupil / *L. G. Cook*. 1988.

**Сведения об авторах****Станислав Викторович Гайворонский**

— аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра прикладной и компьютерной оптики;  
E-mail: [gaivoronsky@mail.ru](mailto:gaivoronsky@mail.ru)

**Виктор Алексеевич Зверев**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра прикладной и компьютерной оптики; E-mail: [post\\_vaz@rambler.ru](mailto:post_vaz@rambler.ru)

Рекомендована кафедрой  
прикладной и компьютерной оптики

Поступила в редакцию  
07.12.11 г.