ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

УДК 621.373.526

Е. В. Лаповок, С. И. Ханков

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУР ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА В УСЛОВИЯХ ЕГО ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

Приведено аналитическое описание нестационарных температур изотермического объекта выпуклой формы при его нагреве собственным источником тепловыделений в среде с постоянной температурой и обоснована невозможность аналитического описания процесса охлаждения.

Ключевые слова: *лучистый теплообмен, нагрев, охлаждение, безразмерные параметры, аналитическое описание.*

Введение. Известно, что процесс лучистого теплообмена является существенно нелинейным и только при установлении стационарного теплового режима может характеризоваться определенным значением коэффициента лучистого теплообмена [1—3]. Для нестационарного теплового режима возможность линеаризации уравнений лучистого теплообмена ограничена зависимостью коэффициента теплообмена от температуры. Актуальность получения аналитического решения с оценкой его погрешности определяется потребностями практики. Особо можно выделить проблемы исследований основных закономерностей формирования тепловых режимов космических объектов [4] и базируемых на космических аппаратах приборов [5, 6]. Для этих объектов теплообмен с внешней средой осуществляется исключительно излучением.

Цель исследований, описываемых в настоящей статье, — получение аналитических формул для расчетов нестационарных температур изотермических объектов и установление границ применимости формул, выявление условий различия или равенства темпов и скоростей нагрева и охлаждения, а также разработка методик оценки общей длительности переходных тепловых режимов объектов, находящихся в условиях теплообмена только излучением.

Математическая модель лучистого теплообмена. Рассмотрим объект из материала с высокой теплопроводностью, нагреваемый однородным источником тепловыделений постоянной мощности в окружающей среде с постоянной температурой. Уравнение нестационарного теплообмена объекта при отсутствии иных, кроме лучистых, механизмов теплообмена (конвекции и кондукции) имеет вид

$$c\gamma V \frac{dT}{d\tau} + \varepsilon\sigma S\left(T^4 - T_{\text{ср}}^4\right) = P, \tag{1}$$

где c — удельная теплоемкость материала объекта, Дж/кг·К; γ — его плотность, кг/м^3; V — объем объекта, м^3; S — площадь поверхности объекта, м^2; ε — приведенная степень черноты; σ — постоянная Стефана — Больцмана, Вт/м^2·К^4; T — температура объекта, К; $T_{\text{ср}}$ — температура окружающей среды, К; τ — время процесса нагрева или охлаждения; P — мощность источников тепла (объемных или поверхностных), Вт.

Приведем уравнение (1) к безразмерному виду, считая, что среда абсолютно черная (как космическое пространство):

$$\frac{d\theta}{dt}+\theta^4=1+\theta_0; \tag{2}$$

$$\theta=\frac{T}{T_{\text{ср}}};\ \theta_0=\frac{P}{qS};\ q=\varepsilon\sigma T_{\text{ср}}^4;\ t=M\tau;\ M=\frac{q}{c\gamma L T_{\text{ср}}};\ L=\frac{V}{S},$$

где θ — относительная температура объекта; t — безразмерное время; q — имеет размерность удельного поверхностного потока, Вт/м^2; M — имеет размерность темпа, с$^{-1}$, [1]; L — характерный размер объекта, м.

Максимальная температура T_m объекта, соответствующая стационарному значению при включенных источниках тепла, определяется из уравнения (2) как

$$T_m=\theta_m T_{\text{ср}},\ \theta_m=\sqrt[4]{1+\theta_0}\,. \tag{3}$$

Представим уравнение (2) в виде

$$\frac{dU}{dt}+\Omega U=\theta_0; \tag{4}$$

$$U=\theta-1=\frac{T-T_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}}},\qquad \Omega=\frac{\theta^4-1}{\theta-1}=(\theta+1)(\theta^2+1)=\left(U+2\right)\left(U^2+2U+2\right).$$

В случае малых перегревов, когда $T-T_{\text{ср}} << T_{\text{ср}}$, а $\theta\approx 1$, величина Ω изменяется незначительно. Тогда уравнение (4) может быть решено с малой погрешностью как линейное с постоянным значением $\Omega = 4$. В противном случае Ω изменяется во времени и аналитическое решение уравнения (4) возможно только в некотором приближении. Необходимо найти приближенные аналитические решения для режимов нагрева и охлаждения и исследовать погрешности этих решений относительно нелинейного уравнения (4). Для получения приближенного решения следует линеаризовать уравнение (4), т.е. принять некоторое постоянное значение Ω. Целесообразно принять значение, соответствующее максимальной температуре T_m: $\Omega_m=\Omega(\theta_m)$.

Для режима нагрева уравнение (4) при начальном условии $U(t=0)=0$ или $\theta\ (t=0)=1$ имеет решение, которое в наиболее удобном для анализа виде может быть представлено через θ, а не через U:

$$\theta=1+\left(\theta_m-1\right)\left[1-\exp\left(-\Omega_m t\right)\right]. \tag{5}$$

Если по достижении стационарного теплового режима источники тепловыделений будут выключены, то начнется процесс охлаждения, в линейном приближении описываемый уравнением (4), но при $\theta_0=0$ и с начальным условием $\theta\ (t=0)=\theta_m$.

В этом случае можно получить аналитическое решение, описывающее изменение во времени температуры объекта в процессе его остывания в результате лучистого теплообмена с окружающей средой:

$$\theta=1+\left(\theta_m-1\right)\exp\left(-\Omega_m t\right). \tag{6}$$

Заметим, что для режима охлаждения величины θ_m и Ω_m могут трактоваться как соответствующие максимальной температуре T_m, которая не обязательно отсчитывается от стационарной, а может соответствовать некоторой максимальной температуре процесса охлаждения. Вообще говоря, при охлаждении расчет нестационарной температуры можно проводить, начиная отсчет температуры T_m от любого момента времени в течение уже идущего процесса охлаждения, но не забывая при этом определять Ω_m по выбранному значению θ_m.

Для анализа границ применимости аналитических формул (5) и (6) были исследованы величины относительных погрешностей линейного приближения $\delta = (\theta_ч - \theta_а)/\theta_ч$, где $\theta_ч$ — относительные температуры, определенные из численного решения уравнения (2), а $\theta_а$ — вычисленные по формулам (5) и (6).

На рис. 1 представлены зависимости максимальных значений δ_m от θ_m в течение всего времени нагрева (кривая *1*) и охлаждения (кривая *2*). Как видно из рисунка, вплоть до значений θ_m = 1,5 величина погрешности линейного приближения δ_m не превышает 0,03 для режима нагрева и 0,05 для режима охлаждения, а при θ_m < 1,2 погрешности в обоих случаях меньше 0,01. Однако с увеличением θ_m эти погрешности нарастают и особенно резко — для режима охлаждения. Ввиду больших различий погрешностей для двух режимов (примерно в 3 раза) их необходимо рассматривать по отдельности.

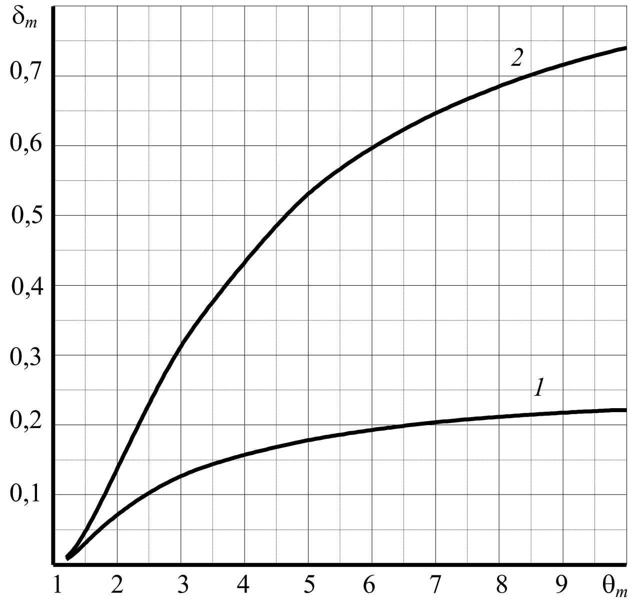

Рис. 1

Режим нагрева. Значение t_m (безразмерный момент времени t, при котором δ достигает максимального значения) можно с погрешностью не более 0,05 в диапазоне 1,2 < θ_m < 10 аппроксимировать формулой

$$t_m = \Omega_m^{-1}, \tag{7}$$

при этом с погрешностью до 0,1 (что незначительно влияет на конечные погрешности после введения поправок) можно записать

$$\delta_m = 0,23 \cdot \lg \theta_m . \tag{8}$$

Нормированная зависимость $\tilde{\delta} = \delta/\delta_m$ от $\tilde{t} = t/t_m$ приведена на рис. 2. Разброс значений в такой системе координат для разных θ_m ничтожно мал и заметен только в начале и конце графика, где достигает 0,05, но в этих областях мало само значение δ. Между линиями заключены все данные для $1,5 \le \theta_m \le 10$. Средняя линия в пределах погрешности разброса описывается аппроксимационной формулой

$$\tilde{\delta} = 2\left[E_1\left(1 - E_1\right) + E_2\left(1 - E_2\right)\right]; \tag{9}$$

$$E_1 = \exp\left(-b\tilde{t}\right); \qquad E_2 = \exp\left(-b\tilde{t}^2\right); \qquad b = 0,69 = -\ln\left(1/2\right).$$

Используя формулы (8) и (9) в качестве поправочных коэффициентов, получаем

$$\theta = \theta_а \frac{1}{1-\delta}, \quad \delta = \tilde{\delta}\delta_m .$$

С учетом поправки погрешность расчета зависимости $\theta(t)$ не превышает 0,03. Из уравнения (7) следует, что максимальное значение $\tilde{\delta}$ =1 реализуется в момент безразмерного времени, соответствующий постоянной безразмерной термической инерции. Анализ рис. 2 показывает, что при $\tilde{t}$ = 4 (или при $t = 4/\Omega_m$), когда фактически наступает стационарный тепловой режим, величина $\tilde{\delta}$ не превышает 0,1. Поскольку при $\theta_m \le 10$, как следует из выражения (8), величина $\delta_m \le 0{,}23$, то к моменту $t = 4/\Omega_m$ погрешность меньше 0,023. Таким образом, аналитическая методика позволяет быстро и точно оценить время установления стационарного теплового режима в процессе нагрева объекта.

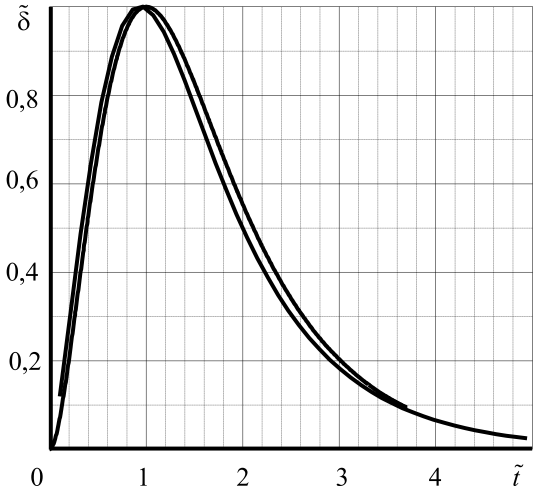

Рис. 2

Режим охлаждения. Режим охлаждения, в отличие от режима нагрева, плохо поддается аналитическому описанию. Анализ хода кривой *2* на рис. 1 показывает, что уже при $\theta_m = 10$ погрешность линейного приближения достигает 0,75. Фактическое время установления стационарного режима при больших значениях θ_m может на порядок и более превышать значения, вычисленные по формуле (6). Приемлемые погрешности оценок (до 0,15…0,2) реализуются только при малых значениях θ_m (до $\theta_m < 2…2{,}5$).

В режимах охлаждения, кроме того, плохо поддается обобщению приведенная на рис. 3 картина зависимостей относительных погрешностей аналитических расчетов от логарифма относительной временной координаты; здесь номера кривых соответствуют значениям θ_m: *1* — 1,5; *2* — 3; *3* — 6; *4* — 10.

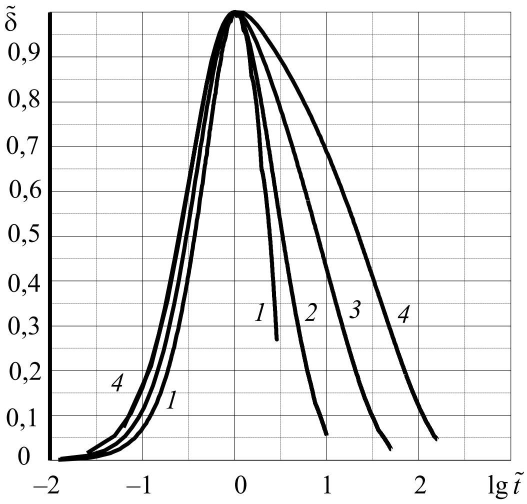

Рис. 3

Это принципиально ограничивает возможность достоверной оценки времени, необходимого для полного охлаждения объекта, без проведения расчетов численным методом.

Выводы. Установлено, что при нестационарном лучистом теплообмене наибольшие погрешности аналитического описания реализуются к моменту времени, соответствующему постоянной термической инерции. Выявленные различия в закономерностях процессов нагрева и охлаждения определяются тем, что при нагреве мгновенное значение темпа (в безразмерном виде — величина Ω) непрерывно нарастает во времени, а при охлаждении — убывает.

В режиме нагрева линейное приближение оказывается удачным, а результаты поддаются обобщениям. Введение поправки (9) позволяет достоверно оценивать нестационарные температуры в течение всего времени процесса нагрева. При малых значениях θ_m можно смело использовать аналитические формулы без поправки как для режима нагрева, так и для режима охлаждения, при этом темп нагрева равен темпу охлаждения. Установленный критерий малости $\theta_m \leq 1{,}5$. Если этот критерий не выполняется, то для режима охлаждения понятие темпа теряет смысл.

Представляет интерес следующий вывод: если по окончании временного интервала, соответствующего условию $\lg\tilde{t} < -1$ или $\tilde{t} < 1$ (когда нормированная погрешность менее 0,15 — см. рис. 3), начинать новый отчет времени и принимать соответствующее ему новое значение θ_m, то можно с удовлетворительной для практики погрешностью провести приближенный расчет процесса охлаждения, используя такие последовательные приближения. При этом точность расчета будет возрастать по мере приближения к стационарному тепловому режиму. Последним шагом в расчетах можно считать тот, при котором выполняется условие $\theta_m \leq 1{,}5$. Однако рассматриваемый подход не соответствует поставленной задаче единого аналитического описания, и в данном случае следует решать задачу численно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дульнев Г. Н.*, *Семяшкин Э. Н.* Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. Л.: Энергия, 1968. 360 с.
2. *Исаченко В. П.*, *Осипова В. А.*, *Сукомел А. С.*, Теплопередача. Учеб. для вузов. М.: Энергия, 1975. 488 с.
3. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. М.: Высш. школа, 1967. 600 с.
4. *Каменев А. А., Лаповок Е. В., Скороводько С. Н., Ханков С. И.* Методы расчета нестационарного теплового режима изотермических космических объектов // Теплофизика высоких температур. 2004. Т. 42, № 5, С. 802—809.
5. *Абдусаматов Х. И., Лаповок Е. В., Ханков С. И.* Методы обеспечения термостабильности космического телескопа — солнечного лимбографа. СПб: Изд-во Санкт-Петербург. политехн. ун-та, 2008. 195 с.
6. *Абдусаматов Х. И., Богоявленский А. И., Лаповок Е. В., Ханков С. И.* Исследование термостабильности зеркального телескопа — солнечного лимбографа в режиме непрерывного наблюдения за Солнцем // Оптич. журн. 2009. Т. 76, № 5. С. 51—59.

Сведения об авторах

Евгений Владимирович Лаповок — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга; E-mail: leva0007@rambler.ru

Сергей Иванович Ханков — д-р техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга

Рекомендована кафедрой компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга

Поступила в редакцию 05.07.11 г.