

Р. Г. ХАФИЗОВ, С. А. ОХОТНИКОВ

## РАСПОЗНАВАНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Представлена математическая модель непрерывного контура. Исследованы вопросы дискретизации непрерывных контуров изображений. Получены сравнительные характеристики вероятности правильного распознавания непрерывных и дискретных элементарных контуров.

*Ключевые слова:* непрерывный контур, элементарный контур, дискретизация контура, вероятность правильного распознавания.

**Введение.** В системах технического зрения обработка изображений и распознавание зрительных образов связаны с решением задач контурного анализа. Изображение, подлежащее обработке, вводится в запоминающее устройство, имеющее матричную организацию. Размер клетки (пиксела) сетчатки обычно выбирается в соответствии с возможностью восстановления исходного изображения  $s(x, y)$  по оцифрованному  $\omega(m_1, m_2)$ . Возникающие при этом ошибки дискретизации обусловлены наличием граничных пикселей, в пределах которых содержатся участки как фона, так и изображения объекта. После оцифровки каждый пиксел однозначно относится либо к фону, либо к изображению. Поэтому изображения  $s(x, y)$  и  $\omega(m_1, m_2)$  не совпадают. Величина ошибки дискретизации зависит не только от размеров пиксела, но и от критерия принятия решения о принадлежности каждого из пикселей фону или изображению [1].

Для обработки контура аналитическим или компьютерным способом производится его кодирование, т.е. в соответствие каждому контурному элементу ставится определенное число. Контур  $\Gamma$ , состоящий из элементов  $\gamma(n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, s-1$ , описывается выражением

$$\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0, s-1} = \{\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(s-1)\},$$

где  $\gamma(n)$  — элементарный вектор, соединяющий центры или узлы соседних контурных ячеек сетчатки.

Такие элементарные векторы (ЭВ) называют стандартными, в отличие от ЭВ, длина и аргумент которых задаются произвольными числами. Стандартные элементарные векторы формируются естественным образом в соответствии с изображением, введенным в запоминающее устройство.

Полигональное представление контура формируется при его аппроксимации линейными сегментами. Кодирование заключается в фиксации координат концов этих сегментов. Данный способ широко распространен благодаря компактности получаемых описаний [1]. Однако при его реализации возникает проблема сегментации, аналогичная проблеме

дискретизации сигналов. В реальных случаях она обычно связана с потерей информации о форме изображений. Таким образом, при представлении контуров изображений количество элементарных векторов определяется разрешающей способностью датчиков изображений. Как правило, такое представление является избыточным. Влияние дискретизации на качество распознавания контуров изображений и есть предмет исследования в настоящей статье.

**Математическая модель непрерывного контура.** Представим контур  $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,L}$  как непрерывную замкнутую кривую, заданную на комплексной плоскости (рис. 1):

$$\chi(l) = \chi_1(l) + i\chi_2(l) = |\chi(l)| \exp\{i\varphi(l)\}, \quad l \in [0, 2\pi],$$

где  $\chi_1(l) = \operatorname{Re} \chi(l)$  и  $\chi_2(l) = \operatorname{Im} \chi(l)$  — действительная и мнимая компоненты функции  $\chi(l)$ ;  $|\chi(l)| = \sqrt{\chi_1^2(l) + \chi_2^2(l)}$  и  $\varphi(l) = \arg \chi(l)$  — амплитудное и фазовое представления функции  $\chi(l)$ . Примеры непрерывных контуров изображений приведены на рис. 1.

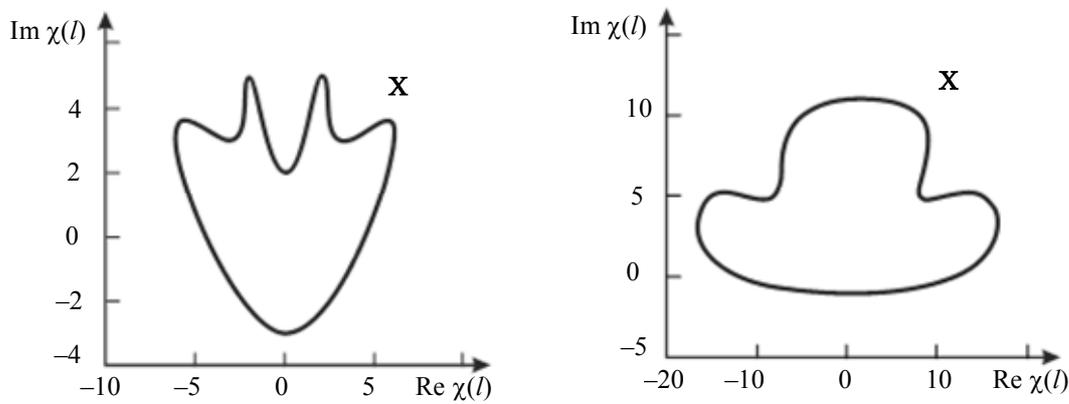


Рис. 1

При многократном обходе вдоль замкнутой кривой контур  $\mathbf{X}$  можно представить в виде функции с периодом  $2\pi$ , т.е. [2]

$$\chi(l) = \chi(l + 2\pi\alpha), \quad \alpha = 0, 1, 2, \dots$$

Таким образом, если функция  $\chi(l)$  изменяется, подчинялась тем или иным условиям, например  $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,L}$  задает контур изображения, то можно говорить о комплексной переменной, заданной на плоскости  $S$  комплексной переменной  $\chi$ . Представление контуров изображений в виде функции комплексной переменной позволяет использовать для их анализа и обработки теорию функции комплексной переменной. Так, например, дробно-линейное отображение вида

$$v = \frac{a\gamma + b}{c\gamma + d}, \quad bc - ad \neq 0,$$

устанавливает взаимно-однозначное соответствие между точками  $\gamma$ -плоскости и точками  $v$ -плоскости. Частный случай дробно-линейного отображения вида  $v = a\gamma + b$ , где  $a = a_1 + ia_2$  и  $b = b_1 + ib_2$  — произвольные комплексные числа, соответствующий вращению на угол  $\arg a$ , растяжению в  $|a|$  раз и параллельному сдвигу на вектор  $b$ , служит для моделирования процесса формирования наблюдаемого контура  $\mathbf{X}^{(c)}$  путем растяжения исходного контура  $\mathbf{X}$  в  $|\mu|$  раз, поворота на угол  $\Delta\varphi$  и сдвига начальной точки на  $d$  элементарных векторов, т.е.

$$\mathbf{X}^{(c)} = \left\{ |\mu| \cdot |\chi(l+d)| \exp \left\{ i \left[ \varphi(l+d) + \Delta\varphi \right] \right\} \right\}_{0,2\pi}.$$

Шумовой контур  $\mathbf{Z} = \{\zeta(l)\}_{0,2\pi} = \{\zeta_1(l) + i\zeta_2(l)\}_{0,2\pi}$  представляет собой комплекснозначный аналог флуктуационного шума, где  $\zeta_1(l)$  и  $\zeta_2(l)$  — действительные случайные функции действительного аргумента  $l$ . Закон распределения функций  $\zeta_1(l)$  и  $\zeta_2(l)$  предполагается нормальным с математическим ожиданием  $M_\zeta = M_{\zeta_1} = M_{\zeta_2} = 0$  и дисперсией  $D_\zeta = D_{\zeta_1} + D_{\zeta_2}$  [1].

Зашумленный непрерывный контур  $\mathbf{K} = \{\kappa(l)\}_{0,2\pi}$  образуется как аддитивная совокупность исходного  $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,2\pi}$  и шумового  $\mathbf{Z} = \{\zeta(l)\}_{0,2\pi}$  контуров, т.е.  $\kappa(l) = \chi(l) + \zeta(l)$ ,  $l = [0, 2\pi]$ . Элемент  $\kappa(l)$  представляет собой сумму постоянной составляющей детерминированной функции  $\chi(l)$  и случайной функции  $\zeta(l)$ , имеющей нулевое математическое ожидание, дисперсию  $D_\zeta$  и подчиняющейся нормальному закону распределения. Поэтому функция  $\kappa(l)$  будет распределена по нормальному закону с дисперсией  $D_\zeta$  и математическим ожиданием  $M_\zeta = \chi(l)$ .

**Дискретизация непрерывных контуров изображений.** Если  $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,2\pi}$  — произвольный контур, спектр  $\mathbf{P} = \{\rho(\omega)\}_{-\omega_B, \omega_B}$  которого отличен от нуля лишь в полосе частот  $-\omega_B \leq \omega \leq \omega_B$ , то его можно разложить в обобщенный ряд Фурье по базису Котельникова  $S_n$ . С учетом комплекснозначного характера функции  $\mathbf{X}$  произведем дискретизацию отдельно для действительной и мнимой частей, в результате получим

$$\chi(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{1,n} S_n(l; \omega_B) + i c_{2,n} S_n(l; \omega_B),$$

где  $c_{1,n} = (\chi_1(l), S_n(l; \omega_B))$  и  $c_{2,n} = (\chi_2(l), S_n(l; \omega_B))$  — коэффициенты ряда, причем величины  $c_{1,n}$  и  $c_{2,n}$  — не что иное, как  $\gamma_1(n) = \chi_1(l_n)$  и  $\gamma_2(n) = \chi_2(l_n)$ , т.е. мгновенные значения непрерывного контура  $\chi(l)$  в  $n$ -й отсчетной точке  $l_n = n\pi/\omega_B$ .

На рис. 2 представлен пример, иллюстрирующий процесс дискретизации непрерывного элементарного контура  $\mathbf{X}_m = \{\chi_m(l)\}_{0,2\pi} = \{|\chi| \exp\{iml\}\}_{0,2\pi}$  порядка  $m = 1$ . Совокупность  $\mathbf{X}_m$  при  $m = -\infty, \infty$  задает семейство замкнутых непрерывных элементарных контуров. При  $|\chi| = 1$  любые два контура из полного семейства непрерывных элементарных контуров являются ортогональными, т.е. скалярное произведение контуров равно

$$(\mathbf{X}_m, \mathbf{X}_n) = \int_0^L \exp\{i(m-n)l\} dl = \begin{cases} 2\pi & \text{при } m = n, \\ 0 & \text{при } m \neq n. \end{cases}$$

В результате дискретизации непрерывного элементарного контура  $\mathbf{X}_1$  порядка  $m = 1$  получаем дискретный элементарный контур  $\mathbf{\Gamma}_1$  порядка  $m = 1$ .

На рис. 3 представлены контуры  $\mathbf{\Gamma}$ , полученные путем дискретизации непрерывных контуров  $\mathbf{X}$  (см. рис. 1), при этом  $\omega_B = 5$  (рис. 3, а, в) и  $\omega_B = 10$  (рис. 3, б, г).

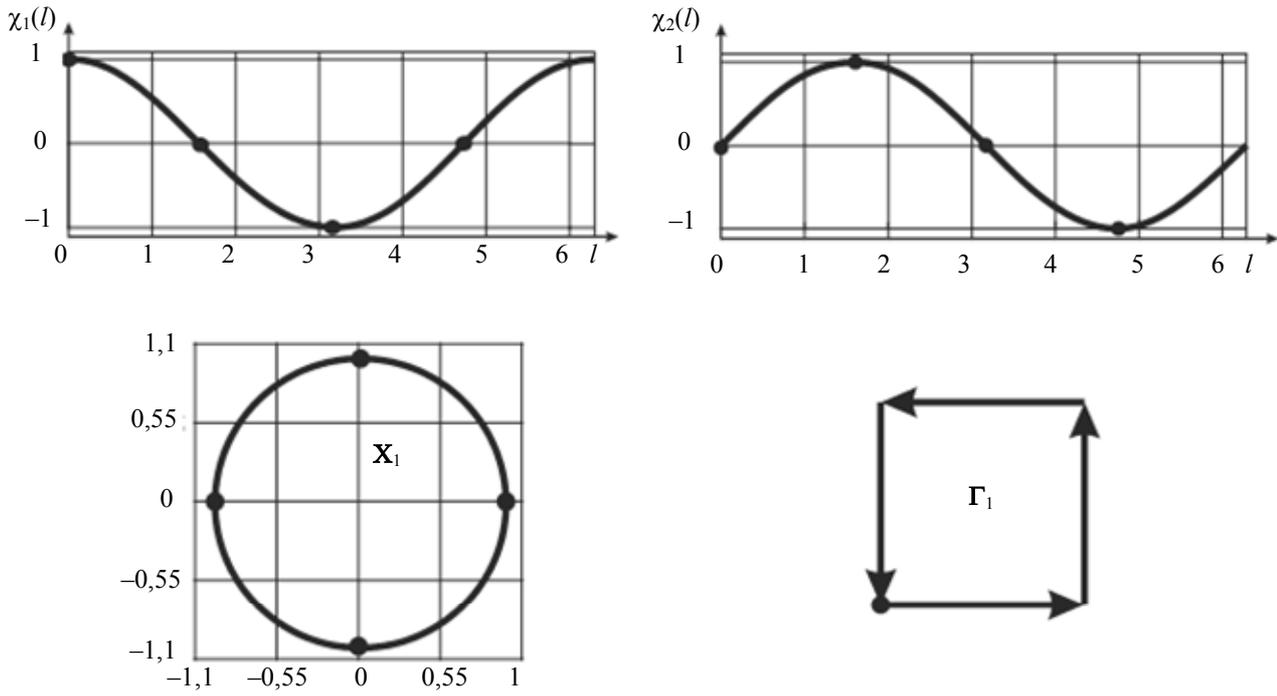


Рис. 2

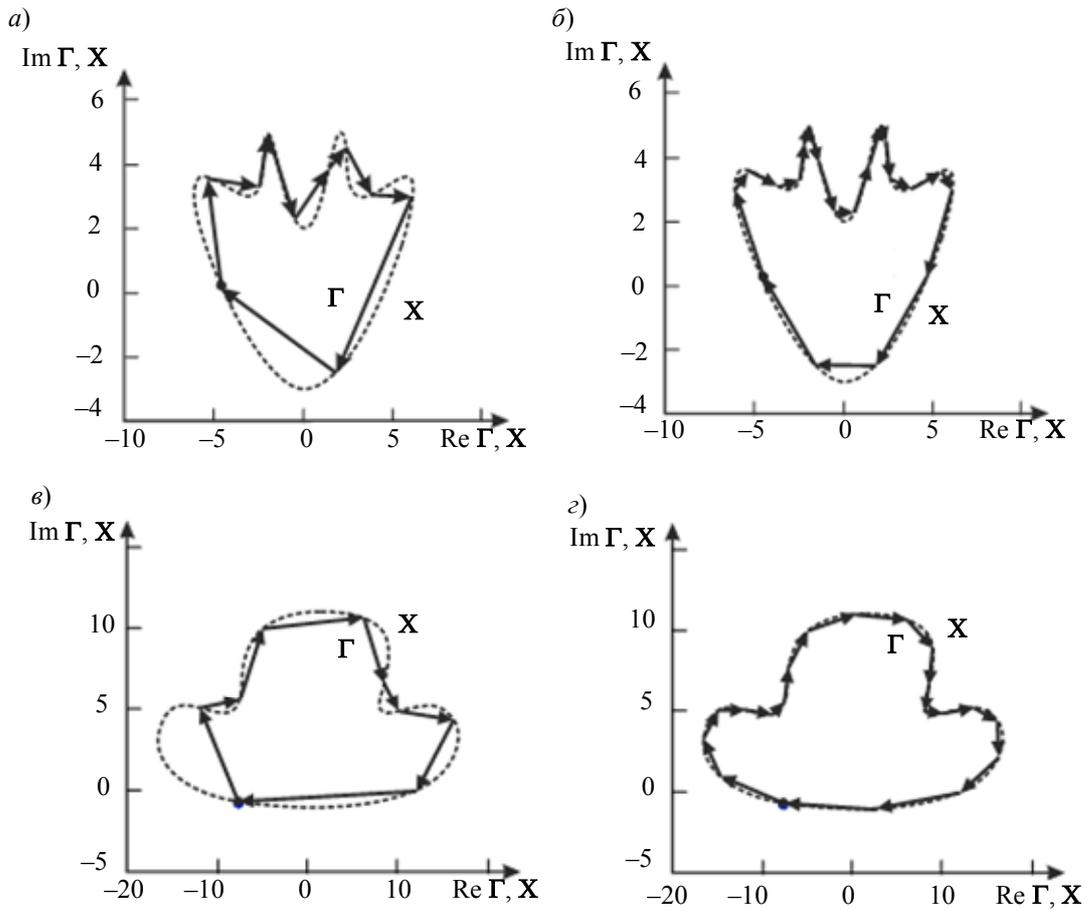


Рис. 3

**Распознавание непрерывных контуров изображений.** Задача распознавания дискретных контуров изображений достаточно подробно рассмотрена в работах [1, 3]. Задача исследования потенциальной эффективности распознавания дискретных комплекснозначных векторных сигналов решалась в работе [4]. В качестве меры различия двух сигналов было выбрано расстояние между задающими их векторами. Помехоустойчивость распознающей системы характеризовалась вероятностью правильного распознавания  $P_{\text{пр}}$  в предположении, что величина  $P_{\text{пр}}$  одинакова для всех классов распознаваемых сигналов.

В работе [4] показано, что с практических позиций при обработке комплекснозначных сигналов значительно больший интерес для построения помехоустойчивых систем распознавания представляют семейства элементарных контуров, являющихся ортогональными сигналами. По эффективности распознавания они незначительно проигрывают симплексным сигналам. Однако получаемые результаты распознавания инвариантны к линейным преобразованиям элементарных контуров, а различие значений вероятностей  $P_{\text{пр}}$  по сравнению с симплексными контурами уменьшается с ростом размерности  $s$ .

Рассмотрим задачу распознавания зашумленных непрерывных контуров на примере двух классов. Пусть  $\mathbf{X}_{(1)}^{(c)} = \{\chi_{(1)}(l)\}_{0,L}$  и  $\mathbf{X}_{(2)}^{(c)} = \{\chi_{(2)}(l)\}_{0,L}$  — непрерывные контуры соответственно классов  $A_1$  и  $A_2$ . На устройство распознавания подается либо зашумленный контур первого класса  $\mathbf{K}_{(1)} = \mathbf{X}_{(1)}^{(c)} + \mathbf{Z}$ , либо зашумленный контур второго класса  $\mathbf{K}_{(2)} = \mathbf{X}_{(2)}^{(c)} + \mathbf{Z}$ .

Задача распознавания заключается в обоснованном отнесении зашумленного контура  $\mathbf{K}$  к классу  $A_1$  или  $A_2$ . Для принятия решения необходимо сформировать безусловное отношение правдоподобия и сравнить его с пороговым значением сигнала. Функции правдоподобия контуров  $\mathbf{K}_{(1)}$  и  $\mathbf{K}_{(2)}$  имеют соответственно следующий вид:

$$\Lambda(\mathbf{K}, |\mu_{(1)}|, \Delta\varphi_{(1)}, d_{(1)}) = \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \|\mathbf{K}\|^2 + \|\mathbf{X}_{(1)}^{(c)}\|^2 - 2\operatorname{Re}(\mathbf{K}, \mathbf{X}_{(1)}^{(c)}) \right]\right\};$$

$$\Lambda(\mathbf{K}, |\mu_{(2)}|, \Delta\varphi_{(2)}, d_{(2)}) = \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \|\mathbf{K}\|^2 + \|\mathbf{X}_{(2)}^{(c)}\|^2 - 2\operatorname{Re}(\mathbf{K}, \mathbf{X}_{(2)}^{(c)}) \right]\right\},$$

тогда логарифм безусловного отношения правдоподобия определяется как

$$\ln \left[ \Lambda(\mathbf{K}, |\mu_{(1)}|, |\mu_{(2)}|, \Delta\varphi_{(1)}, \Delta\varphi_{(2)}, d_{(1)}, d_{(2)}) \right] =$$

$$= -\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \|\mathbf{X}_{(1)}^{(c)}\|^2 - \|\mathbf{X}_{(2)}^{(c)}\|^2 - 2 \left[ \operatorname{Re}(\mathbf{K}, \mathbf{X}_{(1)}^{(c)}) - \operatorname{Re}(\mathbf{K}, \mathbf{X}_{(2)}^{(c)}) \right] \right\},$$

где  $\sigma^2$  — дисперсия шума.

Если на вход распознающего устройства подается зашумленный контур некоторого класса из алфавита объемом  $Q$ , то алгоритм распознавания предусматривает многоканальную по числу классов процедуру. В каждом канале находится фильтр, согласованный с эталонным контуром класса, и устройство, вырабатывающее мгновенное значение сигнала с максимальным модулем [5]. Далее отмечается канал, модуль мгновенного значения сигнала на выходе которого превышает модули выходных сигналов остальных каналов. Если величина максимального модуля больше порогового значения, то распознаваемый контур относится к классу, номер которого равен номеру канала.

На рис. 4 приведены графики зависимости вероятности правильного распознавания  $P_{\text{пр}}$  зашумленных непрерывных  $\mathbf{X}_m = \{\chi_m(l)\}_{0,2\pi} = \{\exp\{iml\}\}_{0,2\pi}$  (сплошные кривые) и дискретных

$\Gamma_m = \{\chi_m(n)\}_{0,s-1} = \{\exp\{imn\}\}_{0,s-1}$  (штриховые кривые) элементарных контуров от отношения сигнал/шум  $q$  при объемах алфавита  $Q = 5, 10$  и  $15$ .

Величина  $q$  равна отношению средней энергии элементарного вектора элементарного контура к дисперсии шумового контура  $Z$ :

— для непрерывного контура  $X_m$   $q = \frac{\|X_m\|^2}{2\pi\sigma^2}$ ,

— для дискретного контура  $\Gamma_m$   $q = \frac{\|\Gamma_m\|^2}{s\sigma^2}$ .

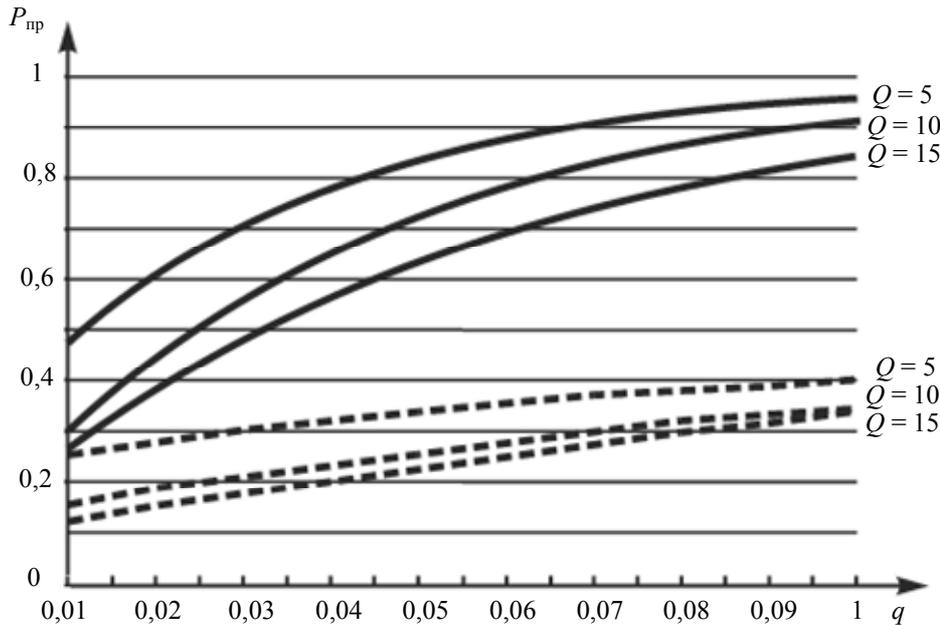


Рис. 4

Скалярное произведение двух элементарных контуров  $X_m$  и  $X_n$  или  $\Gamma_m$  и  $\Gamma_n$ , являющихся ортогональными сигналами, равно нулю. Поэтому расстояние между нормированными элементарными контурами постоянно. Уменьшение вероятности  $P_{пр}$  при распознавании зашумленных элементарных контуров, связанное с увеличением количества  $Q$  классов, объясняется возрастанием количества параллельно работающих каналов, для каждого из которых может быть принято ошибочное решение о распознавании.

**Заключение.** В статье рассмотрены вопросы представления непрерывных контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде. Исследованы вопросы дискретизации непрерывных контуров изображений.

Решена задача распознавания непрерывных контуров изображений. При этом считалось, что задан алфавит эталонных изображений всех классов. На устройство распознавания поступает зашумленный непрерывный контур изображения одного из классов алфавита. Устройство распознавания выносит оптимальное по критерию минимального расстояния решение в пользу одного из классов алфавита. Основой устройства служит фильтр, согласованный с непрерывным контуром изображения одного из классов. Реакции всех фильтров анализируются решающим устройством.

Получены сравнительные характеристики вероятности правильного распознавания непрерывных и дискретных элементарных контуров.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект №11-07-00585а.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Введение в контурный анализ и его приложение к обработке изображений и сигналов / Под ред. Я. А. Фурмана. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 592 с.
2. Хафизов Р. Г. Анализ непрерывных комплекснозначных сигналов, задающих контуры изображений плоских объектов // Вестн. КГТУ им. А. Н. Туполева. 2006. № 4. С. 24—27.
3. Егошина И. Л., Хафизов Р. Г. Распознавание плоских зашумленных изображений по их форме // Изв. вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49, № 4. С. 46—51.
4. Комплекснозначные и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов / Под ред. Я. А. Фурмана. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 456 с.
5. Хафизов Р. Г., Охотников С. А. Линейная фильтрация непрерывных контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34, № 3. С. 408—416.

*Сведения об авторах*

- Ринат Гафиятуллович Хафизов** — д-р техн. наук, профессор; Марийский государственный технический университет, кафедра радиотехнических и медико-биологических систем, Йошкар-Ола; E-mail: krtmbs@marstu.net
- Сергей Аркадьевич Охотников** — аспирант; Марийский государственный технический университет, кафедра радиотехнических и медико-биологических систем, Йошкар-Ола; E-mail: krtmbs@marstu.net

Рекомендована кафедрой  
радиотехнических и медико-биологических  
систем

Поступила в редакцию  
13.12.11 г.