

В. Т. ФИСЕНКО, Т. Ю. ФИСЕНКО

ФРАКТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ СЕГМЕНТАЦИИ ТЕКСТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Представлены результаты разработки и исследования фрактальных методов сегментации цветных текстурных изображений. Цветовые характеристики текстуры использованы в качестве дополнительного признака для повышения эффективности сегментации. Рассмотрены особенности синтеза текстур на основе фрактальных свойств. Методы предназначены для автоматической обработки текстурных изображений.

Ключевые слова: фрактал, размер фрактала, синтез фракталов, сегментация, текстура.

Введение. Цвет и текстура являются важными характеристиками изображения. Анализ цветных текстур включает в себя их описание и классификацию, т.е. формирование кластеров и сегментацию (разбиение изображения на области, которые являются однородными относительно одной или нескольких характеристик либо принадлежат некоторому кластеру). Под кластером понимается группа объектов, образующих в пространстве описания компактную в некотором смысле область.

Р. Харалик выделяет два подхода к описанию текстур: статистический и структурный [1]. В настоящее время развивается и получает распространение третий подход к описанию текстур — фрактальный. Так, фракталы используются при анализе текстурных изображений ландшафтов, полученных при аэрокосмической съемке, при анализе поверхностей порошков и других пористых сред, при анализе облаков и т.д. [2, 3]. В основе методов фрактального анализа лежит концепция статистического самоподобия цветных текстур природного происхождения в широком диапазоне масштабов.

Размер фрактала представляет собой характеристику сложности поверхности и принимает значения в диапазоне от 2 до 3: меньшим значениям размера фрактала соответствуют гладкие поверхности, а большим — более сложные изрезанные поверхности.

При сегментации цветных текстур необходимо учитывать как пространственные характеристики, так и характеристики цветности. Эффективность выбора признаков зависит от выбора цветового координатного пространства, при этом наиболее информативным из цветовых признаков является компонент тона. Осуществляется преобразование цветового координатного пространства RGB в пространство LSH [4]. Оценка размера фрактала производится по яркостному компоненту изображения. Хотя размер фрактала инвариантен к изменению масштаба, природные поверхности не обладают одинаковым размером фрактала во всем возможном диапазоне масштабов. Оценка фрактальности текстуры является важной характеристикой при сегментации изображений по размеру фрактала. Фрактальность текстуры оценивается по монотонности изменения характеристики фрактала в зависимости от шага оценивания. Диапазон допустимых значений шагов определяется интервалом монотонности.

Оценка фрактальности признаков цветных текстур. Размер фрактала цветной текстуры во многом зависит от выбора метода оценивания. Сопоставление текстур возможно при использовании одного и того же метода (группы методов). Более того, не всякие текстуры хорошо различимы по размеру фрактала. В связи с этим прежде чем включать в систему признаков размер фрактала, необходимо оценить фрактальность текстуры. Оценка фрактальности текстуры производится на основе выбранного метода оценивания размера фрактала.

Размер фрактала оценивается по формуле

$$D = K - \hat{\theta}_1, \quad (1)$$

где $K=2$ или 3 в зависимости от алгоритма оценивания, $\hat{\theta}_1$ — тангенс угла наклона линии выборочной регрессии.

Поскольку размер фрактала вычисляется через оценку выборочной регрессии, то естественно оценивать фрактальность текстуры по коэффициенту корреляции между логарифмом случайной величины и логарифмом заданной функции шага. При этом для принятия решения о фрактальности текстуры необходимо произвести следующие действия:

- построить зависимость коэффициента корреляции от задаваемого шага; значение шага, при котором функция имеет максимум, является максимальным;
- при использовании методов, в которых оценка размера фрактала принимается как среднее значение для серии экспериментов, не учитывать размер фрактала при низких значениях коэффициента корреляции;
- при низких значениях коэффициента корреляции не включать размер фрактала в систему признаков для сегментации текстур.

Процедура оценивания размера фрактала. Производится оценка логарифма некоторой характеристики яркостного компонента $f(L_i)$ изображения для серии размеров шагов s_i . Строится линейная выборочная регрессия логарифма $f(L_i)$ от логарифма шага:

$$y = \theta_0 + \theta_1 x,$$

где $y = \log[f(L)]$, $x = \log s$.

По значениям, полученным при изменении шага в диапазоне допустимых значений, оцениваются коэффициенты θ_0 и θ_1 , минимизирующие средний квадрат отклонения:

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_0 \\ \hat{\theta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\sum x_i^2 \sum y_k - \sum x_i \sum x_k y_k \right) / \left(N \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2 \right) \\ \left(N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_k \right) / \left(N \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2 \right) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где N — число шагов, $y_i = \log[f(L_i)]$, $x_i = \log s_i$.

Наименьшее значение среднего квадрата отклонения равно [5]

$$\min \left(E \left(y - (\theta_0 + \theta_1 x) \right) \right) = \sigma_y^2 (1 - \rho_{y,x}),$$

где $E(\cdot)$ — математическое ожидание, σ_y^2 — дисперсия y , $\rho_{y,x}$ — коэффициент корреляции y и x ; отсюда качество „наилучшего“ линейного приближения оценивается значением коэффициента корреляции:

$$\rho_{y,x} = \frac{\text{cov}(y,x)}{\sigma_y \sigma_x} = \frac{E \left((y - m_y)(x - m_x) \right)}{\sigma_y \sigma_x},$$

где σ — среднеквадратическое отклонение (СКО), m — математическое ожидание соответствующих случайных величин y и x .

Оценка межкластерных расстояний для фрактальных методов. В качестве модели для исследования оценки размера фрактала используем синтезированные фракталы с показателем Херста (h) от 0,1 до 0,9. В качестве критерия оценки примем меру Фишера, получаемую как отношение разности математических ожиданий оценок размера фрактала на сумму СКО этих оценок.

Алгоритм оценивания размера фрактала по длине контура. Производится разбиение динамического диапазона яркостей изображения на равные интервалы [3]. Для полученного набора пороговых значений яркости строятся бинарные изображения. При этом элементам изображения, яркость которых меньше порога, присваивается значение „0“, а элементам,

яркость которых выше или равна порогу, присваивается значение „1“. Производится оценка длин контуров единичной области для серии шагов s_i . Увеличение шага эквивалентно представлению анализируемого изображения с разрешением меньшим, чем разрешение полученного изображения. Длина контура аппроксимируется числом переходов уровней яркости бинарного изображения из 0 в 1 и из 1 в 0 для каждого значения шага. По полученным значениям оценивается регрессия логарифма длины контура от логарифма шага. Для каждого из бинарных изображений вычисляется оценка размера фрактала D_i контуров единичных областей. Оценка размера фрактала D исходного изображения получается усреднением оценок D_i . Оценка D определяется анизотропно (только по строкам, только по столбцам) и изотропно (совместно по строкам и столбцам) для 9 различных фракталов с $h \in [0,1..0,9]$ и 3 размеров окон. Моделирование выполнено для 50 реализаций фракталов. Поскольку распределение оценки размера фрактала имеет большую дисперсию, произведена низкочастотная (НЧ) фильтрация оценки размера фрактала в скользящем окне 64×64 . Значения m и σ соответствуют значениям математического ожидания и СКО размеров фракталов, приведенных к диапазону значений от 2 до 3 и представленных уровнями $[0, 2^q - 1]$, где q — число разрядов квантования яркости изображения ($q=8$). По результатам моделирования построены матрицы межфрактальных расстояний (МФР). В качестве примера в табл. 1 приведены значения МФР, определенных изотропно по длине контура для окна размером 16×16 элементов.

Таблица 1

h	Мера Фишера при h								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	0	0,93	1,7	2,31	2,63	3,14	3,96	4,66	4,72
0,2		0	0,79	1,36	1,77	2,33	3,14	3,89	3,91
0,3			0	0,51	0,99	1,59	2,35	3,12	3,14
0,4				0	0,55	1,2	1,97	2,79	2,82
0,5					0	0,63	1,33	2,1	2,16
0,6						0	0,64	1,39	1,48
0,7							0	0,78	0,9
0,8								0	0,14
0,9									0

На основании проведенного исследования сделаны следующие выводы:

— данный метод можно использовать для оценки размера фрактала D при условии ее НЧ-фильтрации;

— исключение некоторых интервалов из рассмотрения при оценке размера фрактала приводит к неразличимости фракталов, имеющих разный размер;

— для изотропных текстур большей эффективностью обладает алгоритм оценки размера фрактала по строкам и по столбцам.

Метод пирамиды [6]. Этот метод устанавливает соотношение между площадью поверхности, создаваемой яркостью изображения, и пространственным разрешением двумерных единиц, используемых для измерения этой площади. Изображение рассматривается на квадратной сетке, и измерения производятся для серии размеров этой сетки.

На расстоянии заданного шага s_i ($EF = FG = GH = HE$) по строке и столбцу восстанавливаются 4 перпендикуляра к плоскости растра, длины которых равны яркости соответствующих элементов изображения, как показано на рис. 1. Соединение вершин этих перпендикуляров задает основание пирамиды $ABCD$. Вершина пирамиды O — есть вершина

перпендикуляра к плоскости растра. Перпендикуляр восстановлен из центра квадратной площадки размером $s_i \times s_i$ и равен среднему значению четырех опорных отсчетов яркости:

$$OP = (AE + DH + BF + CG) / 4.$$

Вычисляется площадь боковой поверхности полученной пирамиды $OABCD$.

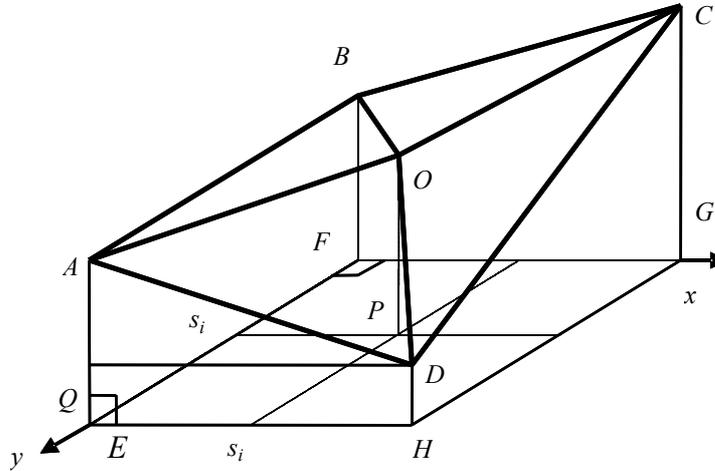


Рис. 1

Метод пирамиды подобен методу триангуляции [7]. Отличие состоит в том, что при оценке по методу триангуляции площадь поверхности вычисляется как сумма площадей двух треугольников — ABC и ACD , и оценка размера фрактала производится при двукратном изменении масштаба.

Для каждого шага s_i на растре формируются пирамиды и вычисляется суммарная площадь боковых поверхностей этих пирамид. Так, при $s = 1$ в вычислениях используются все отсчеты яркостного сигнала, при $s = 2$ — в четыре раза меньше, при $s = 4$ — в 16 раз меньше и т.д. Затем строится выборочная регрессия логарифма суммарной площади боковых поверхностей пирамид от логарифма площади элемента растра s_i^2 в соответствии с уравнением (2).

Размер фрактала вычисляется по формуле (1) при $K=2$.

В табл. 2 приведена матрица межфрактальных расстояний для 9 различных фракталов и окна размером 17×17 элементов.

Таблица 2

h	Мера Фишера при h								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	0	0,4	0,91	1,65	2,08	2,49	3,71	4,49	5,17
0,2		0	0,57	1,32	1,79	2,24	3,53	4,37	5,1
0,3			0	0,68	1,15	1,6	2,78	3,58	4,26
0,4				0	0,53	1,05	2,29	3,16	3,91
0,5					0	0,53	1,68	2,52	3,24
0,6						0	1,07	1,86	2,54
0,7							0	0,86	1,59
0,8								0	0,73
0,9									0

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

— метод пирамиды можно использовать для оценки размера фрактала при условии ее НЧ-фильтрации;

— метод пирамиды имеет большую эффективность, чем метод оценки D по длине контура.

Метод броуновской функции. Математической моделью таких фракталов является фрактальная (обобщенная) броуновская функция $L(\mathbf{x})$ [8] — вещественная случайная функция, такая что для всех \mathbf{x} и $\Delta\mathbf{x}$ существует значение h , при котором выполняется равенство

$$P\left\{\left[\frac{L(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) - L(\mathbf{x})}{\|\Delta\mathbf{x}\|^h}\right] < t\right\} = F(t),$$

где \mathbf{x} — точка в n -мерном евклидовом пространстве \mathbf{R}^n , $\Delta\mathbf{x}$ — расстояние между элементами изображения, $F(t)$ — функция распределения случайной величины t .

Функция $F(t)$ описывает нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . Обобщение броуновской функции состоит в том, что вместо $1/2$ вводится действительный параметр h — некоторая постоянная, диапазон изменения которой $[0,1]$. Оценка D определяется выражением (1) при $K=3$. Изображение рассматривается как двумерная функция яркости $L(\mathbf{x})$, определенная для $\mathbf{x}=(x,y) \in \mathbf{R}^2$, формирующая трехмерную поверхность. Для вычисления h необходимо получить оценку линейной выборочной регрессии логарифма математического ожидания модуля разностей яркостей всех пар элементов, находящихся на определенном расстоянии $\Delta\mathbf{x}$, от логарифма этого расстояния. Расстояния объединяются в кластеры, и математические ожидания вычисляются для каждого кластера. В табл. 3 приведены значения МФР для оценки размера фрактала по методу броуновской функции для окна размером 16×16 элементов.

Таблица 3

h	Мера Фишера при h								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	0	1,86	2,08	2,92	3,83	4,51	4,61	5,81	6,52
0,2		0	0,19	1,01	1,7	2,32	2,49	3,65	4,26
0,3			0	0,83	1,51	2,13	2,3	3,49	4,09
0,4				0	0,59	1,2	1,4	2,58	3,16
0,5					0	0,67	0,92	2,25	2,89
0,6						0	0,28	1,65	2,28
0,7							0	1,32	1,91
0,8								0	0,53
0,9									0

На основании выполненных исследований можно сделать следующие выводы:

— эффективность метода броуновской функции может быть повышена за счет НЧ-фильтрации оценки размера фрактала;

— оценку размера фрактала можно производить, учитывая изменения яркости только по строкам или только по столбцам, что позволит повысить эффективность сегментации аннотированных текстур;

— метод броуновской функции обладает наибольшей эффективностью по сравнению с рассмотренными выше методами.

Синтез цветных фрактальных текстур. Задача синтеза текстур возникает при создании образцов цветных текстур для проверки эффективности построения системы признаков и алгоритмов сегментации текстур. Цветные фракталы формируются в пространстве LSH. Синтез яркостного компонента цветной фрактальной текстуры осуществлен на основе двух алгоритмов: синтеза гауссово-марковских полей, программа которого представлена в работе [9], и алгоритма последовательных случайных сложений, предложенного Фоссом [10]. Наряду с синтезированными фракталами использованы текстуры из альбома Бродатца [11]. Алгоритм синтеза построен в соответствии с законом обобщенного броуновского движения, при котором

дисперсия разностей яркостей элементов, отстоящих на заданном расстоянии Δx друг от друга, подчиняется соотношению

$$\sigma^2 = \|\Delta x\|^{2h} \sigma_0^2,$$

где σ_0^2 — начальная дисперсия случайных сложений, $\|\Delta x\|$ — норма вектора расстояния.

Синтез яркостного компонента изображения производится по сетке с шагом $s=(x,y)$, $0 \leq x,y \leq M$, при использовании датчика случайных чисел, распределенных по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, изменяемой на каждом шаге в соответствии с формулой

$$\sigma_j^2 = r^{2jh}, \quad (3)$$

где $r = 1/\sqrt{2}$ — масштабный коэффициент изменения расстояния между предыдущими и последующими отсчетами; j — номер шага; фрактальная размерность при этом $D = 3 - h$.

Синтез яркостного компонента производится в последовательности, представленной на рис. 2 в виде матрицы элементов изображения фрактала, цифры указывают номер шага алгоритма синтеза.

0.1	3.1	2.1	3.1	1.1	3.1	2.1	3.1	0.1
3.1	2.2	3.1	2.2	3.1	2.2	3.1	2.2	3.1
2.1	3.1	1.2	3.1	2.1	3.1	1.2	3.1	2.1
3.1	2.2	3.1	2.2	3.1	2.2	3.1	2.2	3.1
1.1	3.1	2.1	3.1	0.2	3.1	2.1	3.1	1.1
3.1	2.2	3.1	2.2	3.1	2.2	3.1	2.2	3.1
2.1	3.1	1.2	3.1	2.1	3.1	1.2	3.1	2.1
3.1	2.2	3.1	2.2	3.1	2.2	3.1	2.2	3.1
0.1	3.1	2.1	3.1	1.1	3.1	2.1	3.1	0.1

Рис. 2

Алгоритм синтеза фрактала.

Шаг 0. 0.1. Исходные значения яркостного компонента в элементах с координатами $(0,0)$, $(0,M)$, $(M,0)$, (M,M) задаются равными нулю:

$$L(0,0) = 0; L(0,M) = 0; L(M,0) = 0; L(M,M) = 0.$$

0.2. Значение яркостного компонента в элементе с координатами $(M/2, M/2)$ выбирается как случайное число, распределенное по нормальному закону с математическим ожиданием, равным нулю, и СКО $\sigma_0=1$: $L(M/2, M/2) = n(0,1)$.

Шаг 1. 1.1. Вычисляются значения яркостного компонента на границах области изображения в элементах с координатами $(0, M/2)$, $(M/2, 0)$, $(M/2, M)$, $(M, M/2)$ как среднее арифметическое значений яркостного компонента в двух ближайших узлах матрицы, например:

$$L(0, M/2) = (L(0,0) + L(0,M))/2.$$

В результате вычислений четыре области размером $(M/2) \times (M/2)$ определены четырьмя узловыми точками.

1.2. Для каждой области вычисляются значения яркостного компонента в ее центре как среднее арифметическое яркостей, например:

$$L(M/4, M/4) = (L(0,0) + L(M/2,0) + L(M/2, M/2) + L(0, M/2))/4.$$

1.3. К каждому из вычисленных на шагах 0 и 1 значений яркости прибавляется случайное число $n(0, \sigma_1)$, СКО вычисляется в соответствии с уравнением (3).

Шаг 2. 2.1. Число областей, заданных своими узловыми точками, увеличивается в 4 раза. Для каждой области вычисляются значения яркостного компонента на ее границах как среднее арифметическое значений яркостного компонента в двух ближайших узлах.

2.2. Для каждой области вычисляются значения яркостного компонента в ее центре как среднее арифметическое яркостей в узлах области.

2.3. К каждому из вычисленных на шагах 0—2 значений яркости прибавляется случайное число $n(0, \sigma_2)$.

Последующие *шаги* $[3, \log_2 M]$ выполняются так же как и шаг 2, число определенных областей при этом увеличивается в 4 раза. После выполнения последнего шага все элементы изображения оказываются заданными.

Поскольку в реальных изображениях компонент насыщенности S оказывается коррелированным с негативом яркости, то в соответствии с физическими представлениями этот компонент определяется как некоторое взвешенное значение негатива яркостного компонента:

$$S(\mathbf{x}) = \alpha(2^q - 1 - L(\mathbf{x})),$$

где α — вещественный коэффициент $[0, 1]$.

Компонент тона H формируется как реализация случайного нормального процесса $n(m, \sigma)$ с математическим ожиданием и СКО, определяющими тоновые характеристики синтезируемого фрактала.

Экспериментальные исследования. Выполнены экспериментальные исследования по оценке эффективности алгоритмов сегментации цветных текстурных изображений с использованием как синтезированных текстур, так и реальных изображений. На рис. 3 приведены примеры сегментации цветных текстур по компоненту тона и по яркости в соответствии с модифицированным методом броуновской функции: показаны тестовые изображения, полученные наложением текстур по маске (рис. 3, *г*); синтезированные фрактальные текстуры, имеющие разные и одинаковые цветовые характеристики (рис. 3, *а*), реальные текстуры из альбома Бродатца [11] (рис. 3, *б*), текстуры синтезированных гауссово-марковских полей (рис. 3, *в*).

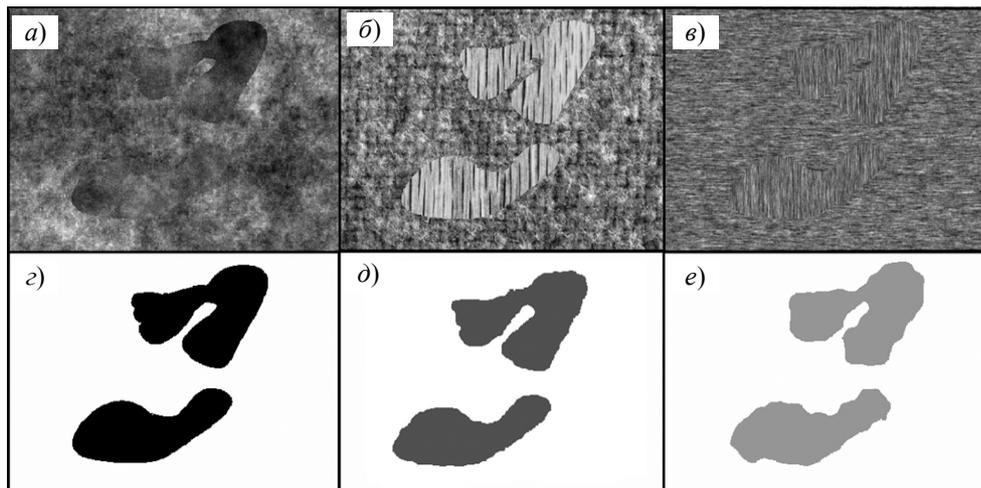


Рис. 3

При отличии по цвету текстуры могут быть успешно разделены на основе простого алгоритма: преобразование пространства RGB в пространство LSH и пороговое ограничение по гистограмме тонового компонента.

При сегментации по тоновому компоненту текстур коричневого и синего тона получены точные маски областей текстур. Однако когда текстуры имеют близкие цветовые характеристики,

для различения текстур необходимо в пространство признаков включать пространственные характеристики. На рис. 3, *д*, *е* представлены результаты сегментации текстур, приведенных на рис. 3, *б*, *в* соответственно.

Выводы. Исследования по сегментации цветных текстур проведены на основе объединения их цветовых и фрактальных характеристик при описании текстур в цветовом координатном пространстве LSH. Исследования выполнены на синтезированных цветных текстурах и на природных текстурах.

Сравнительный анализ трех методов сегментации текстур, построенных на оценке размера фрактала, показал, что метод броуновской функции более эффективен, чем другие исследованные методы. Оценку размера фрактала можно производить, используя изменения модуля разности яркостей элементов изображения в направлениях только по строкам, только по столбцам или только в диагональных направлениях для улучшения сегментации анизотропных текстур. Эффективность сегментации повышается благодаря НЧ-фильтрации оценки размера фрактала. Использование признаков цветности и фрактальных характеристик позволяет уменьшить ошибки сегментации. Оценка размера фрактала вызывает дополнительные ошибки при вычислении тангенса угла наклона линии выборочной регрессии. Для сегментации можно использовать характеристики, по которым вычисляется размер фрактала, поскольку задача состоит в различении текстур, а не в оценке размера фрактала этих текстур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харалик Р. М. Статистический и структурный подходы к описанию текстур // ТИИЭР. 1979. Т. 67, № 5. С. 98—120.
2. Lovejoy S. Area-perimeter relation for rain and cloud areas // Science. 1982. Vol. 216. P. 185.
3. Lam N. S-N. Description and measurement of landsat TM images using fractals // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. 1990. N 2. P. 187—195.
4. Фисенко В. Т., Фисенко Т. Ю. Метод автоматического анализа цветных изображений // Оптич. журн. 2003. Т. 70, № 9. С. 18—23.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.
6. Jaggi S., Quattrochi D., Lam N. Multiresolution processing for fractal analysis of airborne remotely sensed data // Proc. of Intern. Conf. "AeroSpace 92", Orlando, USA, April 1992.
7. Потапов А. А. Новейшие методы обработки изображений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 496 с.
8. Yokoya N., Yamamoto K., Funakubo N. Fractal-based analysis and interpolation of 3D natural surface shapes and their application to terrain modeling // Computer Vision Graphics Image Processing. 1989. Vol. 46. P. 284—302.
9. Аристархов Ю. Н., Вальшиков В. И., Горьян И. С., Фисенко В. Т. Определение эффективности работы контурных операторов // Техника средств связи. Сер. Техника телевидения. 1985. Вып. 1. С. 51—59.
10. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 259 с.
11. Brodatz P. A Photographic Album for Artists and Designers. N. Y.: Dover, 1966.

Сведения об авторах

- Валерий Трофимович Фисенко** — канд. техн. наук, доцент; Филиал ОАО «Корпорация „Комета“» — НПЦ оптоэлектронных комплексов наблюдения, Санкт-Петербург; директор; E-mail: valery@eoss.ru
- Татьяна Юрьевна Фисенко** — канд. техн. наук, доцент; Филиал ОАО «Корпорация „Комета“» — НПЦ оптоэлектронных комплексов наблюдения, Санкт-Петербург; E-mail: tatiana@eoss.ru

Рекомендована кафедрой
компьютерной фотоники
и видеоинформатики СПбНИУ ИТМО

Поступила в редакцию
26.04.12 г.