

В. И. ИВАНОВ, А. Л. КЛЮЕВ

## ПРИМЕНЕНИЕ ЧАСТОТНО-НЕЗАВИСИМЫХ ЦЕПЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ RLC-ДВУХПОЛЮСНИКОВ

Рассмотрены способы и устройства определения обобщенных параметров многоэлементных двухполосников с включением в измерительную схему частотно-независимого двухполосника. На измерительную схему воздействуют импульсы напряжения, изменяющегося по закону степенной функции времени.

**Ключевые слова:** частотно-независимые двухполосники, обобщенные параметры.

Применение импульсов напряжения или тока, имеющих форму степенной функции времени  $x(t) = X_m t^n / t_{\text{имп}}^n$  ( $X_m$  — амплитуда,  $t_{\text{имп}}$  — длительность,  $n$  — целочисленный показатель степени), для возбуждения измерительной схемы (ИС) обеспечивает раздельное уравнивание измерителя параметров многоэлементных двухполосников (МДП). Отклик, установившийся после окончания переходного процесса, содержит импульсы, имеющие форму степенных функций с показателями степени от  $n$  до нуля [1]:

$$v(t) = \frac{F_0 X_m t^n}{t_{\text{имп}}^n} + \frac{n! F_1 X_m t^{n-1}}{(n-1)! t_{\text{имп}}^n} + \dots + \frac{n! F_{n-1} X_m t}{1! t_{\text{имп}}^n} + \frac{n! F_n X_m}{0! t_{\text{имп}}^n}, \quad (1)$$

где  $F_0, F_1, \dots, F_n$  — обобщенные параметры системной функции ИС, имеющей операторное изображение следующего вида

$$F(p) = \frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots}.$$

При ненулевых значениях  $a_0$  и  $b_0$  обобщенные параметры МДП определяются значениями электрических параметров элементов двухполюсника:

$$F_0 = \frac{b_0}{a_0}; F_1 = \frac{b_1 - a_1 F_0}{a_0}; F_2 = \frac{b_2 - a_2 F_0 - a_1 F_1}{a_0}; F_3 = \frac{b_3 - a_3 F_0 - a_2 F_1 - a_1 F_2}{a_0}; \dots \quad (2)$$

В качестве системной функции могут использоваться операторные изображения комплексного сопротивления двухполюсника ( $Z$ -параметры) и комплексной проводимости ( $Y$ -параметры), а также передаточная функция делителя напряжения, одно из плеч которого представлено измеряемым двухполюсником ( $H$ -параметры). Использование унифицированного набора обобщенных параметров позволяет создавать многофункциональные устройства, пригодные для идентификации электрических параметров широкого класса пассивных двухполюсников.

Для расширения функциональных возможностей измерителя требуются такие схемы двухполюсников с настраиваемыми элементами, которые обеспечивают возможность регулирования значений обобщенных  $Z$ - или  $Y$ -параметров в области как положительных, так и отрицательных значений, включая нулевое. Такие возможности могут обеспечить многоэлементные двухполюсники, которые относятся к частотно-независимым (ЧНДП). При определенных параметрах элементов схемы сопротивление (проводимость) такого двухполюсника становится вещественной величиной, не зависящей от частоты.

Рассмотрим условия частотной независимости сопротивления двухполюсника. Если в операторном изображении сопротивления двухполюсника  $Z(p)$  выполнить подстановку  $p = j\omega$ , можно получить выражение комплексной частотной характеристики сопротивления

$$Z(j\omega) = \frac{b_0 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + b_3(j\omega)^3 + \dots}{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + a_3(j\omega)^3 + \dots}$$

При  $b_1/b_0 = a_1/a_0$ ,  $b_2/b_0 = a_2/a_0$ ,  $b_3/b_0 = a_3/a_0$ , ... сопротивление  $Z(j\omega)$  становится вещественным и не зависящим от частоты  $Z_0 = b_0/a_0$ . Приведенные выше выражения можно представить в виде

$$b_1 - a_1 \frac{b_0}{a_0} = 0; b_2 - a_2 \frac{b_0}{a_0} = 0; b_3 - a_3 \frac{b_0}{a_0} = 0; \dots \quad (3)$$

Из формул (2) следует, что при условиях (3) все обобщенные  $Z$ -параметры двухполюсника, кроме  $Z_0$ , равны нулю:  $Z_1 = 0$ ,  $Z_2 = 0$ ,  $Z_3 = 0$ , ... Изменяя значения  $a_i$  и  $b_j$ , можно регулировать  $Z$ -параметры, в том числе и меняя их знак.

У двухполюсника, обладающего частотно-независимым сопротивлением, проводимость также имеет резистивный характер:  $Y_0 = 1/Z_0$ ,  $Y_1 = 0$ ,  $Y_2 = 0$ ,  $Y_3 = 0$ , ...

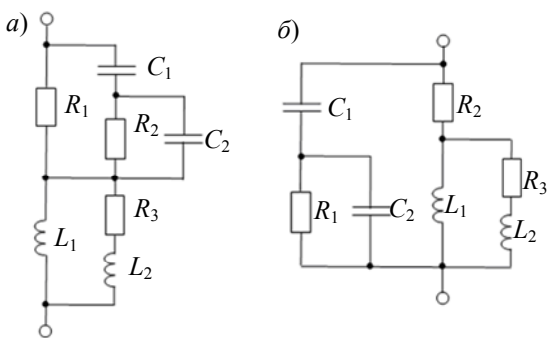


Рис. 1

На рис. 1 приведены схемы двух частотно-независимых двухполюсников — последовательного (а) и параллельного (б) типа.

Если последовательно с частотно-независимым двухполюсником включить не ЧНДП, а например, многоэлементный двухполюсник (МДП) объекта измерения, то частотная независимость ЧНДП будет нарушена и появятся ненулевые обобщенные  $Z$ -параметры, которые можно определить, подстраивая регулируемые элементы ЧНДП. Аналогично при параллельном ЧНДП подключении другого, не частотно-независимого, двухполюсника частотно-независимые свойства ЧНДП нарушаются и появля-

ются отличные от нуля значения  $Y$ -параметров. Используя эти свойства ЧНДП, можно построить схемы устройств для определения обобщенных параметров многоэлементных двухполюсников. Ниже рассматриваются примеры таких устройств.

Как показано в работе [2], при последовательном соединении двухполюсников их  $Z$ -параметры суммируются. Поэтому ЧНДП последовательного типа должен состоять из таких двухполюсников,  $Z$ -параметры которых для каждого индекса, кроме нулевого, имеют противоположные знаки. Например, ЧНДП, представленный на рис. 1, а, состоит из резистивно-емкостного (RC)  $R_1-C_1-R_2-C_2$  и резистивно-индуктивного (RL) двухполюсника  $L_1-R_3-L_2$ . Обобщенные параметры ЧНДП равны

$$Z_0 = R_1; \quad Z_1 = L_1 - R_1^2 C_1; \quad Z_2 = R_1^2 C_1^2 (R_1 + R_2) - \frac{L_1^2}{R_3};$$

$$Z_3 = \frac{L_1^2 (L_1 + L_2)}{R_3^2} - R_1^2 C_1^2 \left[ (R_1 + R_2)^2 C_1 + R_2^2 C_2 \right]. \quad (4)$$

Схема ЧНДП, приведенная на рис. 1, б, содержит два параллельно включенных двухполюсника — резистивно-емкостный  $C_1-R_1-C_2$  и резистивно-индуктивный  $R_2-L_1-R_3-L_2$ . Обобщенные параметры этого ЧНДП равны

$$Y_0 = \frac{1}{R_2}; \quad Y_1 = C_1 - \frac{L_1}{R_2^2}; \quad Y_2 = \frac{L_1^2 (R_2 + R_3)}{R_2^3 R_3} - R_1 C_1^2;$$

$$Y_3 = R_1^2 C_1^2 (C_1 + C_2) - \frac{L_1^3 (R_2 + R_3)^2}{R_2^4 R_3^2} - \frac{L_1^2 L_2}{R_2^2 R_3^2}. \quad (5)$$

Оба ЧНДП имеют по четыре независимых степени свободы, что позволяет построить устройства для определения параметров четырехэлементных МДП. На рис. 2 представлены две схемы электрического моста, в которых использованы  $Z$ -параметры частотно-независимого двухполюсника. Для питания обоих устройств используются импульсы напряжения с  $n=3$ . На рис. 2, а оба двухполюсника — МДП и ЧНДП — включены в плечи сравнения, а в плечах отношения используются образцовые резисторы  $R_{01}$  и  $R_{02}$ . Для уравнивания моста требуется установить равенство  $H$ -параметров передаточных функций ветвей  $R_{01}$ -ЧНДП и  $R_{02}$ -МДП по каждому показателю степени выходных импульсов напряжения:  $H'_0 = H''_0$ ;  $H'_1 = H''_1$ ;  $H'_2 = H''_2$ ;  $H'_3 = H''_3$ .

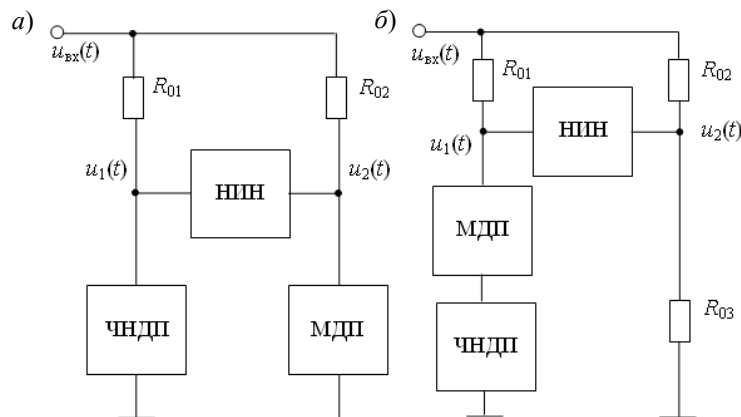


Рис. 2

$H$ -параметры передаточных функций каждой из ветвей моста  $H'(p)$  и  $H''(p)$  можно выразить через  $Z$ -параметры соответствующих двухполюсников [2]:

$$H_0 = \frac{Z_0}{Z_0 + R_0}; H_1 = (1 - H_0) \frac{Z_1}{Z_0 + R_0}; H_2 = (1 - H_0) \frac{Z_2}{Z_0 + R_0} - H_1 \frac{Z_1}{Z_0 + R_0};$$

$$H_3 = (1 - H_0) \frac{Z_3}{Z_0 + R_0} - H_1 \frac{Z_2}{Z_0 + R_0} - H_2 \frac{Z_1}{Z_0 + R_0}. \quad (6)$$

Однако нет необходимости находить аналитические выражения для  $H$ -параметров, достаточно формул для  $Z$ -параметров. На первом этапе уравнивают параметры  $H'_0 = H''_0$ ,

условие равновесия имеет вид:  $\frac{Z'_0}{R_{01}} = \frac{Z''_0}{R_{02}}$ . На втором этапе для уравнивания  $H'_1 = H''_1$

необходимо выполнить условие  $\frac{Z'_1}{R_{01}} = \frac{Z''_1}{R_{02}}$ , на третьем  $\frac{Z'_2}{R_{01}} = \frac{Z''_2}{R_{02}}$  и, наконец, на четвертом

этапе для уравнивания  $H'_3 = H''_3$  нужно выполнить условие  $\frac{Z'_3}{R_{01}} = \frac{Z''_3}{R_{02}}$ . Равновесие моста

на каждом этапе фиксируется нуль-индикатором напряжения. Приведенные условия равновесия используются для вычисления искомых параметров измеряемого двухполюсника. Видно, что уравнивание является раздельным, но зависимым, и его необходимо производить именно в приведенной выше последовательности.

В другой схеме моста, изображенной на рис. 2, б, параметры двухполюсной цепи определяются путем компенсации  $Z$ -параметров частотно-независимого двухполюсника. МДП включен последовательно с ЧНДП, который содержит регулируемые элементы. Полученную цепь рассматривают как объединенный двухполюсник (ОДП).  $Z$ -параметры обоих двухполюсников суммируются, поэтому при подключении МДП условия частотной независимости ОДП в целом оказываются нарушенными, т.е.  $Z_1, Z_2, Z_3$  отличаются от нуля, а именно принимают значения соответствующих  $Z$ -параметров измеряемого МДП. Их можно определить путем компенсации значений  $Z_1, Z_2, Z_3$ , регулируя элементы ЧНДП. В этой мостовой схеме только одно плечо является многоэлементным двухполюсником, а остальные — одноэлементные резистивные, это существенно упрощает устройство и сокращает длительность переходного процесса.

С помощью резистора  $R_{03}$  или  $R_1$  (рис. 1, а) устанавливают равновесие моста для импульса старшей, в данном примере — третьей, степени. Условие равновесия имеет вид

$$\frac{Z_{0\text{МДП}} + Z_{0\text{ЧНДП}}}{R_{01}} = \frac{R_{03}}{R_{02}}.$$

Для остальных составляющих выходного сигнала процесс уравнивания моста заключается в получении нулевого значения суммы  $Z$ -параметров ЧНДП и МДП с одинаковыми индексами:

$$Z_{1\text{МДП}} + Z_{1\text{ЧНДП}} = 0; \text{ регулировка } L_1 \text{ или } C_1;$$

$$Z_{2\text{МДП}} + Z_{2\text{ЧНДП}} = 0; \text{ регулировка } R_2 \text{ или } R_3;$$

$$Z_{3\text{МДП}} + Z_{3\text{ЧНДП}} = 0; \text{ регулировка } L_2 \text{ или } C_2.$$

Найденные значения  $Z_{0\text{МДП}}, Z_{1\text{МДП}}, Z_{2\text{МДП}}, Z_{3\text{МДП}}$  используются для вычисления электрических параметров элементов МДП.

Измерители с компенсацией  $Z$ -параметров пригодны для двухполюсников не только с конечным сопротивлением, но и с коротким замыканием между полюсами на постоянном токе. Например, трехэлементный двухполюсник, схема замещения которого содержит параллельно включенные катушку индуктивности  $L$ , конденсатор  $C$  и резистор  $R$ , имеет сопротивление в операторной форме  $Z(p) = pRL/(R + pL + p^2RLC)$ . Обобщенные параметры двухполюсника равны:  $Z_0 = 0; Z_1 = L; Z_2 = -L^2/R; Z_3 = L^3/R^2 - L^2C$ . Параметр  $Z_0$  у таких МДП тожде-

ственно равен нулю, вследствие чего количество измеряемых обобщенных параметров уменьшается на единицу. При необходимости можно расширить число параметров, добавив элементы в RC- и RL-двухполюсники, входящие в состав ЧНДП, и повысив показатель степени питающих импульсов.

На рис. 3 представлены схемы двух устройств для определения обобщенных параметров МДП с использованием Y-параметров частотно-независимого двухполюсника параллельного типа. В схеме рис. 3, а токи двухполюсников МДП и ЧНДП поступают на входы дифференциального нуль-индикатора токов (НИТ). Нуль-индикатор имеет низкоомные входы и обеспечивает нулевой потенциал для одного из полюсов каждого двухполюсника. Поэтому токи МДП и ЧНДП определяются только их проводимостью. Кроме того, на входах НИТ отсутствует синфазное напряжение, которое в схемах рис. 2 является дополнительным источником погрешности измерений.

Уравновешивание токов осуществляется поэтапно, начиная с импульса старшей степени. Так, при использовании ЧНДП, приведенного на рис. 1, б, параметр  $Y_0$  регулируется резистором  $R_2$ ,  $Y_1$  — конденсатором  $C_1$  или индуктивностью  $L_1$ ,  $Y_2$  — резистором  $R_1$  или  $R_3$ ,  $Y_3$  — конденсатором  $C_2$  или индуктивностью  $L_2$ . Условия равновесия имеют вид

$$Y_{0\text{МДП}} = Y_{0\text{ЧНДП}}, Y_{1\text{МДП}} = Y_{1\text{ЧНДП}}, Y_{2\text{МДП}} = Y_{2\text{ЧНДП}}, Y_{3\text{МДП}} = Y_{3\text{ЧНДП}}.$$

Из этих выражений можно вычислить электрические параметры двухполюсника объекта измерений.

В схеме рис. 3, б двухполюсники МДП и ЧНДП включены параллельно и образуют ОДП. Принцип работы устройства основан на приведении к нулю всех, кроме  $Y_0$ , параметров проводимости ОДП. Параметр  $Y_0$  уравновешивается дополнительным резистором  $R_0$ . Таким образом, в результате уравновешивания токов будут выполнены условия баланса:

$$Y_{0\text{МДП}} + Y_{0\text{ЧНДП}} = 1/R_0; Y_{1\text{МДП}} + Y_{1\text{ЧНДП}} = 0; Y_{2\text{МДП}} + Y_{2\text{ЧНДП}} = 0; Y_{3\text{МДП}} + Y_{3\text{ЧНДП}} = 0.$$

Следовательно, Y-параметры МДП равны

$$Y_{0\text{МДП}} = -Y_{0\text{ЧНДП}} + 1/R_0; Y_{1\text{МДП}} = -Y_{1\text{ЧНДП}}; Y_{2\text{МДП}} = -Y_{2\text{ЧНДП}}; Y_{3\text{МДП}} = -Y_{3\text{ЧНДП}}.$$

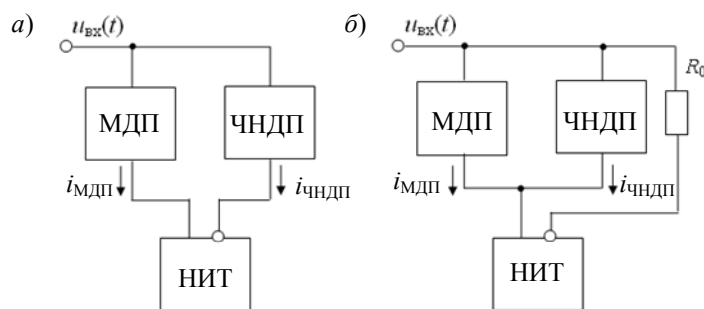


Рис. 3

Измерители с компенсацией Y-параметров пригодны для двухполюсников как с конечным сопротивлением, так и с разрывом цепи между полюсами на постоянном токе. Например, трехэлементный двухполюсник, схема замещения которого содержит последовательно включенные конденсатор  $C$ , резистор  $R$  и катушку индуктивности  $L$ , имеет проводимость в операторной форме  $Y(p) = pC/(1 + pRC + p^2LC)$ . Обобщенные параметры двухполюсника равны:  $Y_0 = 0$ ;  $Y_1 = C$ ;  $Y_2 = -RC^2$ ;  $Y_3 = R^2C^3 - LC^2$ . Так как параметр  $Y_0$  у таких МДП тождественно равен нулю, число измеряемых обобщенных параметров уменьшается на единицу. Если необходимо расширить количество параметров, следует добавить элементы в RC- и RL-двухполюсники, входящие в состав ЧНДП, и повысить показатель степени питающих импульсов.

**Заключение.** Применение частотно-независимых двухполусных цепей позволяет создавать устройства для определения обобщенных параметров широкого класса многоэлементных двухполусников. В алгоритмах измерений используются простые аналитические выражения. Рассмотренные примеры схем могут найти применение при создании универсальных измерителей параметров  $RLC$ -двухполусников.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов В. И., Титов В. С., Голубов Д. А. Применение обобщенных параметров измерительной цепи для идентификации многоэлементных двухполусников // Датчики и системы. 2010. № 8. С. 43—45.
2. Иванов В. И., Титов В. С. Эквивалентные преобразования обобщенных параметров двухполусников при идентификации сложных измерительных цепей // Датчики и системы. 2012. № 5. С. 11—16.

#### Сведения об авторах

- Владимир Ильич Иванов** — канд. техн. наук, доцент; Юго-Западный государственный университет, кафедра вычислительной техники, Курск; E-mail: viva37@mail.ru
- Алексей Леонидович Клюев** — аспирант; Юго-Западный государственный университет, кафедра вычислительной техники, Курск; E-mail: mertan2@yandex.ru

Рекомендована Юго-Западным  
государственным университетом

Поступила в редакцию  
18.02.13 г.