

Н. Ф. АВЕРКИЕВ, Д. А. БУЛЕКБАЕВ

## МЕТОД СИНТЕЗА ПРОГРАММЫ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ КОСМИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ НА ВЫВЕДЕНИЕ ПОЛЕЗНОГО ГРУЗА

Рассматривается задача синтеза оптимальной программы движения ракеты космического назначения, позволяющей минимизировать затраты на выведение одного килограмма полезного груза на орбиту. Задача формализована и сведена к стандартной задаче оптимального управления с ограничениями. Для решения применен метод целенаправленной замены оптимизируемых функционалов.

**Ключевые слова:** ракета космического назначения, космический аппарат, отделяемая часть, район падения, функционал, полезный груз.

Эксплуатируемая в настоящее время ракетно-космическая техника может представлять угрозу жизнедеятельности человека, так как компоненты ракетного топлива (КРТ) токсичны и взрывоопасны, а надежность ракет космического назначения (РКН) относительно низка. Вследствие аварий РКН на территорию районов падения (РП), под которыми понимаются участки земной поверхности, используемые для приема отработавших ступеней и отделяемых частей ракеты-носителя попадают фрагменты конструкций (ФК) и невыработанное топливо. Наносимый аварийным падением РКН и ее ФК ущерб ведет к необходимости выплаты соответствующих компенсаций, что влияет на среднюю стоимость пусковых услуг по выведению одного килограмма полезного груза на орбиту.

Ограничения, возникающие при использовании штатных трасс запуска космических аппаратов (КА) делают актуальным решение задачи синтеза оптимальных программ управления движением РКН на активном участке траектории (АУТ), выполнение требований по безопасности и минимизации стоимости выведения КА. Для корректной формализации этой задачи необходимо разработать математические модели и алгоритмы, адекватно описывающие:

- процессы движения ракеты космического назначения на АУТ и ее фрагментов на пассивном участке траектории (ПУТ), а также возможное разрушение конструкции РКН;
- показатели риска для людей, проживающих вдоль трассы полета РКН, ущерба, наносимого объектам хозяйственной деятельности человека и жизненно важным природным ресурсам, затраты на ликвидацию последствий аварий.

Подобные модели и алгоритмы описаны в научно-технической литературе [1—4], однако при решении ряда задач они требуют дополнительной детализации, учета связей и факторов, влияющих на процессы аварийного падения РКН и ее ФК.

Рассмотрим следующую постановку задачи синтеза программы движения РКН.

Пусть в общем случае текущие координаты РКН изменяются во времени согласно системе дифференциальных уравнений движения

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где  $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  — функции  $\mathbf{x}$ , времени  $t$  и  $r$ -мерного вектора управления  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_r]^T \in U$ ;  $\mathbf{x}$  —  $n$ -мерный вектор фазовых координат, характеризующий положение объекта с течением времени;  $U$  — множество допустимых управлений  $\mathbf{u}$ .

Примем, что в случае выключения двигательной установки (ДУ) в любой момент времени  $\tau \in [t_0, t_g]$  — возникновение аварии, отделение отработавшей ступени, хвостового отсека

или головного обтекателя — координаты точки падения РКН или ФК на поверхности Земли  $\mathbf{x}^* \in X^*$  можно определить при помощи следующих функциональных связей:

$$x_j^* = F_j(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \tau), \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

где  $F_j(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \tau)$  — функции фазовых координат  $\mathbf{x}$  и скоростей  $\dot{\mathbf{x}}$  для момента выключения ДУ  $t^*$ ,  $t_g$  — момент времени, после которого РКН и ее составные части выходят на одновитковую орбиту.

Если задано начальное состояние объекта (точка старта)

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (3)$$

и функции управления  $\mathbf{u}(t)$ , то при условии, что функции  $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , непрерывны по переменным  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{u}$ , непрерывно дифференцируемы по  $\mathbf{x}$  и функции  $\mathbf{u}(t)$  измеримы и ограничены, решение системы уравнений (1) однозначно определяет траекторию движения объекта  $\mathbf{x}(t)$ , которая называется фазовой.

Пусть задана конечная точка управления (параметры орбиты КА):

$$\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}_k \quad (4)$$

и получены все возможные управления  $\mathbf{u}(t)$  для всех  $t \in [t_0, t_k]$ , такие, что траектория  $\mathbf{x}(t)$  проходит в момент времени  $t_k$  через точку  $\mathbf{x}_k$  и удовлетворяет ограничениям, налагаемым на траекторию выведения КА на орбиту. Среди этих управлений необходимо найти одно, для которого некоторый функционал  $J$  достигает экстремума.

Введем в рассмотрение следующие показатели [5].

1. Масса выводимого РКН полезного груза (ПГ) на орбиту

$$m_{\text{ПГ}} = \int_{t_0}^{t_k} \dot{m}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt. \quad (5)$$

2. Риск для жизни людей (число поражений) при возникновении аварии РКН в момент времени  $\tau$

$$\mathbf{R} = R(\mathbf{x}^*, Z, \tau), \quad (6)$$

где  $Z \in X^*$ ,  $Z = [z_1, z_2, \dots, z_N]$  — матрица, вектор-строками которой являются координаты людей (в общем случае носящие случайный характер),  $N$  — число людей, находящихся в опасной зоне.

3. Риск нанесения ущерба объектам жизнедеятельности человека (здания, сооружения, путепроводы, водоемы, леса и т.п.) РКН или ее ФК при возникновении аварии в момент времени  $\tau$

$$R_0 = R_0(\mathbf{x}^*, Y, \tau), \quad (7)$$

где  $Y$  — кортеж, элементами которого являются каталогизированные объекты жизнедеятельности человека, их координаты, размеры, степень защищенности и важности.

Будем предполагать, что РКН и ее ФК движутся по баллистической траектории. Для невозмущенного движения существует функциональная связь между параметрами движения РКН  $\mathbf{x}(\tau)$ ,  $\dot{\mathbf{x}}(\tau)$  в момент времени  $\tau$  и точкой падения ФК и самой РКН на поверхность Земли  $\mathbf{x}^*$ , а следовательно, с показателями риска для людей  $R$  и показателем риска нанесения ущерба  $R_0$ .

Введем следующие понятия:

1) ценовой эквивалент затрат на возмещение ущерба, определяемый как  $C = \mu(R_0)$ , где  $\mu$  — функция пересчета ущерба при аварийных пусках РКН в денежный эквивалент;

2) ценовой эквивалент выведения одного килограмма полезного груза на орбиту РКН без учета затрат на возмещение ущерба  $C_0 = \chi(s)$ , где  $\chi$  — оператор соответствия стоимости выведения одного килограмма выводимого полезного груза на опорную орбиту заданному  $s$ -типу РКН;

3) суммарные затраты, предназначенные для отведения территории под РП, определяемые как  $C_1 = \zeta(S)$ , где  $\zeta$  — функция зависимости затрат на районы падения от их площади  $S$ .

Будем считать, что время возникновения аварии является случайной величиной  $\hat{\tau}$  с заданной плотностью распределения. Тогда для некоторой траектории полета РКН  $\mathbf{x}(t) \in X$  при выбранном управлении  $\mathbf{u} \in U$  и времени возникновения аварии  $\tau \in [t_0, t_g]$  можно рассчитать значения  $m$  ( $\tau_{\text{ПГ}} \notin [t_0, t_k]$  — отсутствие аварии),  $R$  и  $R_0$ , а следовательно и  $C$ . Реальная стоимость выведения одного килограмма полезного груза с учетом  $C_0$  и  $C_1$  в этом случае будет определяться следующим соотношением:

$$C_{\Sigma} = C_0 + \frac{C}{m_{\text{ПГ}}} + \frac{C_1}{m_{\text{ПГ}}}. \quad (8)$$

Выполнив статистическое моделирование момента времени возникновения аварии в соответствии с заданным законом распределения случайной величины  $\hat{\tau} \in [t_0, t_k]$ , можно получить вероятностные характеристики показателя  $C_{\Sigma}$  (например, математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение оценки  $C_{\Sigma}$ ).

Для синтеза программ управления движением РКН на АУТ может быть использован следующий оптимизирующий функционал:

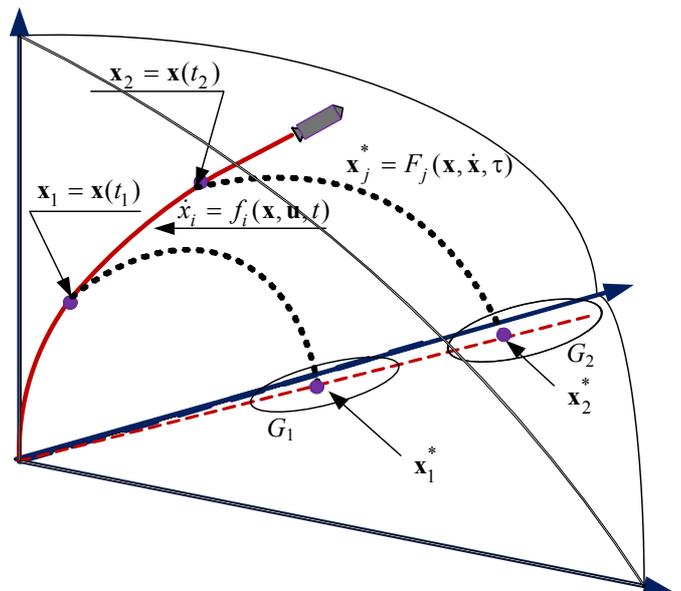
$$J_C = \min_{\substack{\bar{\mathbf{u}} \in U, \bar{\mathbf{x}} \in X \\ m_{\text{ПГ}} \geq m_d, R \leq R_d}} \bar{C}_{\Sigma}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{x}^*, Y, \tau),$$

характеризующий минимальное значение математического ожидания  $\bar{C}_{\Sigma}$  стоимости выведения одного килограмма полезного груза с учетом  $C_0$  и  $C_1$  при ограничениях на параметры движения  $\mathbf{x} \in X$  и управление  $\mathbf{u} \in U$  РКН, а также на допустимую массу выводимого полезного груза  $m_{\text{ПГ}} \geq m_d$  и допустимый уровень риска  $R \leq R_d$ .

Решение задач синтеза оптимального управления движением центра масс РКН сопряжено с трудностями построения начального (опорного) управления, удовлетворяющего граничным условиям и ограничениям на фазовых переменных в точках траектории  $\mathbf{x}_1$  и  $\mathbf{x}_2$ . Эти ограничения вызваны необходимостью обеспечения падения отделяемых частей РКН в заданные районы.

На рисунке представлены траектория движения РКН на АУТ (сплошная линия), трасса полета (пунктир), а также районы их падения.

Таким образом, траектория движения РКН, описываемая системой дифференциальных уравнений (1), должна удовлетворять начальным (3) и конечным (4) условиям движения,



экстремуму  $J_C$ , а отделяемые части РКН попадать в  $p$  области на поверхности Земли, заданные, например, как

$$G_i = \{\mathbf{x}^* \in X^* : \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_{0i}\| \leq \rho_i\}, \quad i = \overline{1, p}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{x}_{0i}$  — геометрический центр областей,  $\rho_i$  — радиус  $i$ -й области. Тогда в моменты времени  $t_i$ :

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}(t_i), \quad \mathbf{x}_i^* = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t_i), \quad \|\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}_{0i}\| \leq \rho_i, \quad i = \overline{1, p}. \quad (10)$$

Известны методы поиска квазиоптимального управления движением РКН с ограничениями на фазовые переменные, основанные на использовании найденного допустимого (опорного) управления, обеспечивающего выполнение условий (3), (4) и (10). К ним относятся, например, метод локальных вариаций [6]. Для поиска опорного управления, удовлетворяющего условию (10), производится целенаправленная замена оптимизируемых функционалов таким образом, чтобы формулируемые при этом задачи решались известными методами. В этом случае получим  $p+1$  задачу для  $\mathbf{x} \in X$ ,  $\mathbf{u} \in U$ .

**1.** Найти управление  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (3) и (4) на уравнениях связи (1) для функционала  $\tilde{G}_1(\mathbf{x}, t_1) = \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}_{01}\|$ .

**2.** Найти управление  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (3), (4) и  $\|\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}_{01}\| \leq R_1$  на уравнениях связи (1) для функционала  $\tilde{G}_2(\mathbf{x}, t_2) = \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{x}_2^* - \mathbf{x}_{02}\|$ .

...

**l.** Найти управление  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (3), (4) и  $\|\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}_{01}\| \leq R_1$ ,  $\|\mathbf{x}_2^* - \mathbf{x}_{02}\| \leq R_2$ , ...,  $\|\mathbf{x}_l^* - \mathbf{x}_{0l}\| \leq R_l$  на уравнениях связи (1) для функционала  $\tilde{G}_l(\mathbf{x}, t_l) = \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{x}_l^* - \mathbf{x}_{0l}\|$ .

...

**p + 1.** Найти управление  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (3), (4) и  $\|\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}_{0i}\| \leq R_i$ ,  $i = 1 \dots p$  и достижение экстремума функционалом  $J_C$ .

Анализ данной последовательности задач позволяет сделать вывод, что решение каждой предыдущей обеспечивает выполнение не только граничных условий, но и ограничений на фазовые координаты в промежуточных точках траектории (через зависимость  $\mathbf{x}_i^* = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t_i)$ ), поэтому найденное управление движением РКН может быть использовано в качестве начального (опорного) приближения для решения последующей задачи. Формулировка  $(p+1)$ -й задачи представляет собой постановку исходной задачи.

Таким образом, решение данной последовательности задач известными методами приведет к решению задачи в исходной постановке: синтез оптимальной программы управления движением РКН на активном участке траектории, обеспечивающей минимальную стоимость выведения КА с учетом прогнозируемых затрат на районы падения и на восстановление непреднамеренного ущерба при аварийных пусках.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н. Внешняя баллистика. М.: Машиностроение, 2005. 608 с.
2. Шатров Я. Т. Обеспечение экологической безопасности ракетно-космической деятельности: Учеб.-метод. пособие. Королев: ЦНИИмаш, 2010.

3. Куреев В. Д. Введение в теорию синтеза траекторий безопасного выведения космических аппаратов на орбиты. СПб: ВИКУ им. А. Ф. Можайского, 1999. 111 с.
4. Аверкиев Н. Ф. Синтез оптимального управления движением динамической системы // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. Т. 44, № 8. С. 21—25.
5. Аверкиев Н. Ф., Булекбаев Д. А. Задача синтеза экономичных трасс запусков космических аппаратов // Вооружение и экономика. 2012. № 5(21). С. 60—64.
6. Черноусько Ф. Л., Баничук Н. В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973. 236 с.

**Сведения об авторах****Николай Федорович Аверкиев**

— д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра навигационно-баллистического обеспечения применения космических средств и теории полетов летательных аппаратов, Санкт-Петербург;  
E-mail: averkievnf@yandex.ru

**Дастанбек Абдыкалыкович Булекбаев**

— канд. техн. наук, доцент; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра высшей математики, Санкт-Петербург; E-mail: atiman@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
навигационно-баллистического обеспечения  
применения космических средств и теории  
полета летательных аппаратов

Поступила в редакцию  
25.03.13 г.

УДК 623.5

А. В. КРАСИЛЬНИКОВ, Р. В. КРАСИЛЬНИКОВ

**ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБА ПУСКА ПОДВОДНЫХ АППАРАТОВ  
С НАДВОДНОГО НОСИТЕЛЯ**

Рассматривается способ осуществления траверзного пуска необитаемых подводных аппаратов (НПА) с надводного судна. Приведена математическая модель функционирования гидробаллистического масштабного стенда, предназначенного для исследования предлагаемого способа пуска НПА, его конструкции и результатов экспериментальных исследований.

**Ключевые слова:** автономные необитаемые подводные аппараты, пуск аппарата, испытания, масштабный гидробаллистический стенд, оценка параметров стенда.

Сегодня перед разработчиками средств освоения океана стоит задача создания автономных, компактных, легко транспортируемых научно-исследовательских комплексов, включающих в себя необитаемые подводные аппараты (НПА) и системы их взаимодействия с надводным носителем. В качестве примера такого комплекса можно привести норвежскую систему обслуживания НПА HUGIN 3000 L/R, размещаемую в контейнере, не связанном с судном-носителем [1].

Преимущества такого подхода к проектированию исследовательских технических средств очевидны: комплекс располагается в автономном помещении и может быть доставлен к месту проведения исследований с использованием многих видов транспорта. Кроме того, его возможно смонтировать на любое, подходящее по грузоподъемности, судно, которое при этом может не иметь дополнительных устройств для спуска в воду и подъема из нее подводных аппаратов. Для такого комплекса не требуются предварительные работы по размещению и наладке регистрационно-управляющей аппаратуры на судне.