

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

- Сеньченков В. И. Процедура обучения при разработке моделей контроля технического состояния сложных систем 3
- Миронов В. И., Миронов Ю. В., Юсупов Р. М. Синтез итерационных алгоритмов решения краевых задач и нелинейных уравнений 9
- Косенко В. Е., Марарескул Д. И., Ермоленко В. И., Лавров В. И., Арапочкин А. Н., Косынкин А. И., Симонов А. Б. Навигационное обеспечение посадки воздушных судов с применением ГЛОНАСС-технологий 15
- Ахметьянов В. Р., Мишина О. А. Обработка данных ветрового когерентного доплеровского лидара на основе метода гауссовой аппроксимации 20

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- Грушин А. И., Ремизов М. Л., Ростовцев А. В., Николаев Д. Д., Чинь Куанг Киен. Вычислительное устройство для обработки радиолокационной информации 27
- Казарин О. В., Скиба В. Ю. Применение самокорректирующихся сред для обеспечения проактивной безопасности компьютерных систем 34

ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

- Передельский Г. И., Иванов В. И. Мостовая цепь с расширенными функциональными возможностями 40
- Нагаев Д. А., Шакурский В. К. Цифровой генераторный преобразователь высокой чувствительности 45
- Голубев А. А., Игнатьев В. К. Цифровой нанотеслометр 49
- Галалу В. Г. Преобразователи код—напряжение с суммированием взвешенных токов на аттенуаторе лестничного типа 54

ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

- Андреев Л. Н., Бахолдин А. В., Пруненко Ю. К. Оптика цифрового кинематографа 59
- Кузнецов Д. А., Лебедев В. А., П. С. Андреев, Строганов В. И. Влияние начальных фаз световых волн при генерации гармоник и фотовольтаическом эффекте 65

ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

- Соколов А. Н., Тарновский Н. Н. Тепловые сопротивления неразъемных соединений элементов конструкций 70

ИНФОРМАЦИЯ 76

SUMMARY (перевод Ю. И. Копилевича) 78

CONTENTS

INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

Senchenkov V. I. Training Procedure in Development of Models for Complex System Technical State Control	3
Mironov V. I., Mironov Yu. V., Yusupov R. M. Synthesis of Iterative Algorithms of Solution of Boundary Value Problems and Nonlinear Equations.....	9
Kosenko V. E., Marareskul D. I., Ermolenko V. I., Lavrov V. I., Arapochkin A. N., Kosynkin A. I., Simonov A. B. Navigation Support of Aircraft Landing with the Use of GLONASS Technologies.....	15
Akhmetianov V. R., Mishina O. A. Processing of Wind Coherent Doppler Lidar Data on the Base of Gaussian Approximation Method.....	20

COMPUTING TECHNIQUE

Grushin A. I., Remizov M. L., Rostovtsev A. V., Nikolaev D. D., Chin Kuang Kien. Computing Device for Radar Signal Processing	27
Kazarin O. V., Skiba V. Yu. Harnessing of Self-Adjusted Environments for Proactive Security of Computer Systems.....	34

ELECTRONIC AND ELECTROMAGNETIC DEVICES

Peredelskiy G. I., Ivanov V. I. Electric Bridge with Expanded Functional Capabilities	40
Nagaev D. A., Shakurskiy V. K. High-Sensitivity Digital Generating Converter	45
Golubev A. A., Ignatiev V. K. Digital Nanoteslometer	49
Galalu V. G. Code-to-Voltage Converter with Weighted Currents Summation at Ladder-Type Attenuator	54

OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS

Andreev L. N., Bakholdin A. V., Prunenko Yu. K. Digital Cinema Optics	59
Kuznetsov D. A., Lebedev V. A., Andreev P. S., Stroganov V. I. Influence of Initial Phases of Light Waves on Harmonics Generation and Photovoltaic Effect.....	65

HEAT REGIMES AND RELIABILITY OF INSTRUMENTS AND SYSTEMS

Sokolov A. N., Tarnovsky N. N. Thermal Resistance of Permanent Joint of Structural Components	70
--	----

INFORMATION	76
--------------------------	----

SUMMARY	78
----------------------	----

Editor-in-Chief E. B. Yakovlev

В. И. СЕНЬЧЕНКОВ

ПРОЦЕДУРА ОБУЧЕНИЯ ПРИ РАЗРАБОТКЕ МОДЕЛЕЙ КОНТРОЛЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Рассматриваются известные процедуры обучения при построении математических моделей систем как объектов контроля технического состояния. Предложена новая процедура группировки обучающих образов и ранжирования групп, позволяющая ускорить сходимость процесса обучения. Проанализированы особенности и преимущества обучения с применением ортонормированного тригонометрического базиса в моделях контроля правильности функционирования сложных систем.

Ключевые слова: процедура обучения, техническое состояние, обучающая выборка, рекуррентное соотношение, группировка и ранжирование, ортонормированный базис.

Введение. При разработке математических моделей контроля технического состояния сложных систем следует учитывать, что априори заданная информация об исследуемой системе в общем случае является неполной и неоднородной. Поэтому необходимо применять методы, которые позволяют преодолевать факторы неполноты и неоднородности информации и в целом адекватно отображать свойства системы как объекта контроля (ОК) технического состояния.

В работах [1, 2] предложен новый подход к преобразованию траекторий выходных процессов ОК на основе теории пространств измеримых функций и интеграла Лебега. В результате преобразования траектории формируется вектор $\mathbf{Y}_{\langle n \rangle}$, координаты которого представляют собой числа, используемые в качестве контролируемых признаков. Этот вектор называется наблюдаемым состоянием системы [1].

Целью настоящей статьи является усовершенствование известных процедур обучения [3, 4] при формировании изображений видов технического состояния ОК. Под изображением понимается формальное представление вида технического состояния как составной части математической модели ОК.

Постановка задачи обучения. Пусть задан перечень всех видов технического состояния ОК

$$Q = \{q_i \mid i = \overline{1, m}\}; \quad (1)$$

определен состав контролируемых признаков

$$\mathbf{Y}_{\langle n \rangle} = \{y_j \mid j = \overline{1, n}\}; \quad (2)$$

сформирована ограниченная по объему обучающая выборка реализаций наблюдаемых состояний, принадлежность которых каждому виду технического состояния ОК известна:

$$\begin{aligned} \left\{ \mathbf{Y}_{\langle n \rangle k}^1 \mid k = \overline{1, N^1} \right\} &\subset Y^1; \\ \left\{ \mathbf{Y}_{\langle n \rangle k}^2 \mid k = \overline{1, N^2} \right\} &\subset Y^2; \\ \dots\dots\dots \\ \left\{ \mathbf{Y}_{\langle n \rangle k}^m \mid k = \overline{1, N^m} \right\} &\subset Y^m, \end{aligned} \quad (3)$$

где Y^i ($i = \overline{1, m}$) — подмножество наблюдаемых состояний, принадлежащих i -му виду технического состояния ОК; N^i — мощность множества элементов, принадлежащих подмножеству $Y_{\langle n \rangle}^i$. Каждое из подмножеств Y^i с топологической точки зрения представляет собой область в n -мерном евклидовом пространстве Y .

На основе исходных данных (1)—(3) требуется построить изображения $\mathbf{E}_i = (e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{in})^T$ ($i = \overline{1, m}$), которые наилучшим образом (например, в смысле достоверности распознавания текущего технического состояния ОК) отражают свойства соответствующих видов технического состояния q_i ($i = \overline{1, m}$).

Теоретические основы обучающей процедуры. Как уже отмечалось, обучающая выборка (3) в общем случае является неоднородной и ограниченной по объему. Следовательно, для обучения необходимо использовать методы непараметрической статистики [5], которые позволяют обрабатывать неоднородную статистическую информацию в малом объеме. Данная задача может быть решена методом стохастической аппроксимации с использованием итеративного градиентного поиска.

Для каждого подмножества Y^i аппроксимируется разделяющая гиперплоскость h_i в n -мерном евклидовом пространстве Y . Поскольку неизвестное изображение \mathbf{E}_i является опорной точкой подмножества Y^i и может считаться неизменным, параметр h_i допустимо трактовать как непрерывную функцию:

$$h_i = h_i(\mathbf{Y}_{\langle n \rangle}), \quad h_i \in C(Y), \quad (4)$$

где $C(Y)$ — множество непрерывных функций, заданных в пространстве Y .

В дальнейшем h_i называется разделяющей функцией. Предполагается, что она неизвестна, но обеспечивает максимальную точность при распознавании текущих технических состояний. Поэтому следует выбрать класс аппроксимирующих функций $h(\mathbf{E}_i, \mathbf{Y}_{\langle n \rangle})$, с помощью которых ищется наилучшее приближение к разделяющей функции. Мера отклонения аппроксимирующих функций от аппроксимируемой определяется как математическое ожидание случайной выпуклой функции \hat{H} от разности $h_i - h(\mathbf{E}_i, \mathbf{Y})$:

$$L(\mathbf{E}_i) = M[\hat{H}(h_i - h(\mathbf{E}_i, \mathbf{Y}))]. \quad (5)$$

Наилучшая аппроксимация соответствует получению такого вектора $\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_i^*$, при котором достигается точная нижняя граница функционала (5):

$$L(\mathbf{E}_i^*) = \inf_{\mathbf{E}_i \in \mathbf{R}^n} \{M[\hat{H}(h_i - h(\mathbf{E}_i, \mathbf{Y}))]\},$$

где \mathbf{R}^n — n -мерное вещественное пространство.

Следует иметь в виду, что плотность распределения случайной функции $\hat{H}(\cdot)$ неизвестна, поэтому неизвестно и ее математическое ожидание. По этой причине функционал (5) не может быть задан в явном виде. Единственная возможность определения искомого вектора

\mathbf{E}_i^* состоит в том, чтобы воспользоваться отдельными реализациями, полученными в процессе использования векторов \mathbf{Y} из обучающей выборки.

Процедура обучения значительно упрощается, если применять разложение аппроксимирующей функции по ортогональному или ортонормированному базису $G(\mathbf{Y}) = \{g_j(\mathbf{Y}) \mid j = \overline{1, n}\}$, согласно выражению

$$h(\mathbf{E}_i, \mathbf{Y}) = \mathbf{E}_i^T G(\mathbf{Y}) = \sum_{j=1}^n e_{ij} g_j(\mathbf{Y}). \quad (6)$$

С учетом соотношения (6) выражение для функционала (5) принимает вид

$$L(\mathbf{E}_i) = M[\hat{H}(h_i - \mathbf{E}_i^T G(\mathbf{Y}))]. \quad (7)$$

Далее базис $G(\mathbf{Y})$ называется G -преобразованием вектора \mathbf{Y} .

Так как выражение функционала (7) неизвестно, для поиска его точной нижней границы используются измеренные градиенты реализаций. Условие экстремума (7) может быть записано в виде уравнения

$$\text{grad } L(\mathbf{E}_i) = M[\text{grad } \hat{H}(h_i - \mathbf{E}_i^T G(\mathbf{Y}))] = 0, \quad (8)$$

где

$$\text{grad } L(\mathbf{E}_i) = \left(\frac{\partial L(\mathbf{E}_i)}{\partial e_{i1}}, \frac{\partial L(\mathbf{E}_i)}{\partial e_{i2}}, \dots, \frac{\partial L(\mathbf{E}_i)}{\partial e_{in}} \right);$$

$$\text{grad } \hat{H}(\cdot) = \left(\frac{\partial H(\mathbf{E}_i)}{\partial e_{i1}}, \frac{\partial H(\mathbf{E}_i)}{\partial e_{i2}}, \dots, \frac{\partial H(\mathbf{E}_i)}{\partial e_{in}} \right);$$

$\frac{\partial(\cdot)}{\partial e_{ij}}$ — частная производная по координате e_{ij} .

Если функционал $L(\mathbf{E}_i)$ выпуклый и имеет единственный экстремум, то соотношение (8) представляет собой необходимое и достаточное условие существования данного экстремума. В этом случае корень уравнения (8) дает оптимальное значение вектора $\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_i^*$. В работе [4] показано, что если использовать квадратичную меру отклонения аппроксимирующей функции от аппроксимируемой

$$\hat{H}(\mathbf{E}_i, \mathbf{Y}) = (h_i - \mathbf{E}_i^T G(\mathbf{Y}))^2,$$

а в качестве вектор-функции $G(\mathbf{Y})$ выбрать полную систему ортонормированных функций $g_j(\mathbf{Y})$ ($j = \overline{1, n}$), то минимизация функционала (8) обеспечивается посредством использования в процессе обучения алгоритма Роббинса—Монро. Данный алгоритм применительно к рассматриваемой задаче может быть представлен в виде рекуррентного соотношения

$$\mathbf{E}_i(k) = \mathbf{E}_i(k-1) - a_k [\mathbf{E}_i(k-1) - G(\mathbf{Y}(k))], \quad (9)$$

где a_k ($k = 1, 2, \dots$) — элемент последовательности положительных чисел, удовлетворяющий следующим условиям:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0, \quad \sum_{k=1}^{\infty} a_k = \infty, \quad \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 < \infty.$$

Примером такой последовательности является гармонический ряд

$$\{1/k\} = \{1, 1/2, 1/3, \dots\}. \quad (10)$$

С учетом (10) рекуррентное соотношение принимает вид

$$\mathbf{E}_i(k) = \mathbf{E}_i(k-1) - \frac{1}{k}[\mathbf{E}_i(k-1) - G(\mathbf{Y}(k))], \quad (11)$$

а для каждой координаты e_{ij} вектора \mathbf{E}_i соотношение представляется как

$$e_{ij}(k) = e_{ij}(k-1) - \frac{1}{k}[e_{ij}(k-1) - g_i(\mathbf{Y}(k))]. \quad (12)$$

Процедура группировки образов и ранжирования групп. В известных нам работах не поднимается вопрос о том, каков должен быть порядок использования обучающих образов из выборки (3). Однако опыт разработки математического обеспечения контроля технического состояния показывает, что указанный фактор в значительной степени определяет скорость сходимости процесса обучения к оптимальному вектору \mathbf{E}_i^* . В связи с этим предлагается процедура группировки обучающих образов и ранжирования полученных групп с целью определения очередности их использования в процессе обучения.

Таким образом, Y^i — подмножество обучающих образов, принадлежность которых i -му виду технического состояния ОК известна [см. (3)]. В данном подмножестве выделяется группа Y_1^i , которая включает наибольшее количество неразличимых между собой элементов. Один из этих элементов $\mathbf{Y}_{<n>1}$, принадлежащих Y^i после G -преобразования принимается в качестве вектора начального приближения: $G(Y_1^i(0)) = \mathbf{E}_i(0)$. Элементы считаются неразличимыми, если их одноименные координаты отличаются друг от друга на значения, сопоставимые с погрешностью регистрации соответствующих траекторий в контрольных точках ОК. Во вторую группу Y_2^i входит не больше неразличимых элементов, чем в первую, и не меньше, чем в остальные. В третьей группе Y_3^i количество неразличимых между собой элементов не больше, чем во второй, и не меньше, чем в остальных. Аналогичным образом формируются все остальные группы.

Если через J обозначить индексное множество обучающих образов ($|J| = N^i$, где $|J|$ — мощность множества J), относящихся к i -му виду технического состояния, то результаты их группировки и ранжирования полученных групп можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_1^i &= (\mathbf{Y}_k^i)_{k \in J_1}, J_1 \subseteq J, & |J_1| &= N_1^i, N_1^i \leq N^i; \\ Y_2^i &= (\mathbf{Y}_k^i)_{k \in J_2}, J_2 \subseteq J \setminus J_1, & |J_2| &= N_2^i, N_2^i \leq N_1^i; \\ Y_3^i &= (\mathbf{Y}_k^i)_{k \in J_3}, J_3 \subseteq J \setminus J_1 \cup J_2, & |J_3| &= N_3^i, N_3^i \leq N_2^i; \\ &..... \\ Y_p^i &= (\mathbf{Y}_k^i)_{k \in J_p}, J_p \subseteq J \setminus \bigcup_{l=1}^{p-1} J_l, & |J_p| &= N_p^i, N_p^i \leq N_{p-1}^i. \end{aligned} \quad (13)$$

Порядок использования групп в процессе обучения совпадает с их номером (рангом), а последовательность применения обучающих образов в рамках одной и той же группы произвольна. Указанные действия выполняются для каждого подмножества Y^i ($i = \overline{1, m}$) из обучающей выборки (3).

Обучение с группировкой и ранжированием обеспечивает максимальное влияние на формирование изображений тех образов, которые наиболее характерны для соответствующих видов технического состояния ОК. Данное утверждение объясняется тем, что коэффициент $1/k$ в соотношениях (11) и (12) на предыдущем шаге обучения больше, чем на последующем. Поэтому каждый предыдущий образ более значим, чем последующий.

По мере увеличения числа шагов изображение \mathbf{E}_i стремится к своему оптимальному значению \mathbf{E}_i^* с вероятностью, равной единице [4]:

$$P \left[\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_i(k) - \mathbf{E}_i^*) = 0 \right] = 1.$$

Каждый из векторов \mathbf{E}_i^* может трактоваться и как точка в n -мерном евклидовом пространстве Y , и как набор весовых коэффициентов уравнения гиперплоскости, отделяющей данное подмножество Y^i от других подмножеств в пространстве Y . Очевидно, что каждая координата e_{ij} ($i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$) отражает степень сходства наблюдаемых состояний по j -му контролируемому признаку.

Обучение в моделях контроля функционирования. Контроль технического состояния системы включает контроль функционирования и поиск отказов. Рассмотрим особенности построения процедуры обучения в моделях контроля правильности функционирования.

Степень априорной неопределенности информации о режимах нормальной работы ОК в общем случае позволяет найти допустимые интервалы изменения контролируемых признаков $[y_j^H; y_j^B]$ ($j = \overline{1, n}$), где y_j^H, y_j^B — предельно допустимое нижнее и верхнее значение j -го контролируемого признака соответственно. Сведения о допустимых интервалах позволяют значительно снизить размерность моделей.

Основная задача состоит в том, чтобы сформировать полную ортонормированную систему функций $g_j(\mathbf{Y})$ ($j = \overline{1, n}$). В известных работах предлагаются различные варианты таких систем, но не принимаются во внимание тригонометрические базисы. Однако, как показывает анализ, именно такие базисы обладают рядом преимуществ. Ниже рассматривается ортонормированный тригонометрический базис

$$0,5; \frac{1}{(y_j^B - y_j^H)^{0,5}} \sin \left(\frac{2\pi k}{y_j^B - y_j^H} y_j \right); \frac{1}{(y_j^B - y_j^H)^{0,5}} \cos \left(\frac{2\pi k}{y_j^B - y_j^H} y_j \right), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (15)$$

начальные элементы которого являются основой построения системы функций $g_j(\mathbf{Y})$ ($j = \overline{1, n}$). Такой базис существует в пространстве $C_2(\mathbf{Y})$ непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману [6].

Каждая из функций $g_r(\mathbf{Y})$ ($r = \overline{1, n}$) определяется следующим образом:

$$g_r(\mathbf{Y}) = \begin{cases} \delta_{rj} \frac{1}{(y_j^B - y_j^H)^{0,5}} \sin \left(\frac{2\pi k}{y_j^B - y_j^H} y_j \right), & \text{если } k = 0,5(j+1), \\ r, j = 1(2)n-1, \quad n \text{ — четно}; r, j = 1(2)n, \quad n \text{ — нечетно}; \\ \delta_{rj} \frac{1}{(y_j^B - y_j^H)^{0,5}} \cos \left(\frac{2\pi k}{y_j^B - y_j^H} y_j \right), & \text{если } k = 0,5j, \\ r, j = 2(2)n, \quad n \text{ — четно}; r, j = 2(2)n-1, \quad n \text{ — нечетно}, \end{cases} \quad (16)$$

где $\delta_{rj} = \begin{cases} 1, & \text{если } r = j; \\ 0, & \text{если } r \neq j \end{cases}$ — символ Кронекера.

Использование приведенных соотношений и обеспечивает ортонормированность системы $\{g_j(\mathbf{Y}), j = \overline{1, n}\}$. Ее ортогональность следует из того, что каждая функция $g_j(\mathbf{Y})$ формируется на основе только одного элемента базиса (15). Влияние других элементов исключается введением в соотношения (16) символа Кронекера. Нормированность данной

системы непосредственно вытекает из того, что нормированным является базис (15). Совместно с $(n+1)$ -м элементом 0,5 система $\{g_j(\mathbf{Y}), j = \overline{1, n}\}$ образует в $(n+1)$ -мерном подпространстве, содержащемся в пространстве $C_2(\mathbf{Y})$, полную ортонормированную систему. Так как первый элемент 0,5 базиса (15) не зависит от состояния ОК, его можно не учитывать и считать, что функция G -преобразования имеет размерность n :

$$G_{\langle n \rangle}(\mathbf{Y}_{\langle n \rangle}) = (g_1(\mathbf{Y}), g_2(\mathbf{Y}), \dots, g_n(\mathbf{Y})).$$

В этом случае система функций $g_j(\mathbf{Y})$ ($j = \overline{1, n}$) рассматривается как ортонормированный базис в n -мерном подпространстве, содержащемся в пространстве $C_2(\mathbf{Y})$.

В результате обучения на основе соотношений (11), (12) получаются значения координат e_{ij} ($i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$) вектора \mathbf{E}_i^* , по модулю близкие к единице. Тригонометрические функции в базисе (15) ограничивают результат преобразования любых вещественных чисел интервалом $[-1, 1]$. Наличие при этих функциях сомножителей $(y_j^B - y_j^H)^{-0,5}$, модуль которых может быть больше единицы, допускает некоторую размытость значений e_{ij} относительно указанного выше интервала. Но эта размытость незначительна, что является преимуществом тригонометрического базиса по сравнению с другими, например, ортонормированным базисом Лежандра, который также содержится в пространстве $C_2(\mathbf{Y})$. Ограниченность координат e_{ij} значительно упрощает алгоритмическую реализацию процесса обучения, а также вычислительные операции при контроле технического состояния.

Заключение. Развитие методов математического описания систем как объектов контроля технического состояния представляет собой важнейшую задачу, решение которой необходимо для повышения достоверности определения функциональной пригодности данных объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сеньченков В. И. Формирование множества контролируемых признаков системы на основе метрической теории и функционального анализа // Изв. вузов. Приборостроение. 2005. Т. 48, № 7. С. 3—9.
2. Сеньченков В. И. Математическое обеспечение контроля технического состояния мехатронных комплексов // Авиакосмическое приборостроение. 2005. № 10. С. 27—32.
3. Васильев В. И. Распознающие системы: Справочник. Киев: Наукова думка, 1983.
4. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Наука, 1968.
5. Тарасенко Ф. П. Непараметрическая статистика. Томск: Изд-во ТГУ, 1976.
6. Треногин В. А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.

Сведения об авторе

Валентин Иванович Сеньченков

— д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра специальных технических систем космических комплексов, Санкт-Петербург; E-mail: svi9@rambler.ru

Рекомендована кафедрой
специальных технических систем
космических комплексов

Поступила в редакцию
24.04.09 г.

В. И. МИРОНОВ, Ю. В. МИРОНОВ, Р. М. ЮСУПОВ

СИНТЕЗ ИТЕРАЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ И НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается метод синтеза итерационных алгоритмов решения нелинейных краевых задач и уравнений, основанный на использовании приближенных решений упрощенных модельных задач. Приведен пример задачи расчета импульсной программы полета космического аппарата.

Ключевые слова: итерационный алгоритм, краевая задача, нелинейные уравнения.

Введение. При рассмотрении многих задач, возникающих в различных областях науки и техники, приходится применять методы решения соответствующих краевых задач и нелинейных уравнений (в частности, при синтезе высокоэффективных алгоритмов управления подвижными объектами, а также при идентификации и оценивании их динамического состояния). Это обуславливает необходимость совершенствования существующих методов решения краевых задач и нелинейных уравнений и разработки новых.

К настоящему времени разработано большое число различных универсальных методов решения таких задач, они приведены в литературе, в частности, в работах [1—6]. Вместе с тем в различных областях знаний получены приближенные решения многих упрощенных модельных задач, имеющие ограниченное применение. Так, например, применительно к динамике полета космических аппаратов получено множество аналитических и упрощенных численных алгоритмов решения задач маневрирования в модельных гравитационных полях: однородном, линеаризованном, однородном центральном, квазиньютоновском и ньютоновском. Обычно эти алгоритмы используются для определения начального приближения при решении более сложных задач. Однако они также могут быть использованы в качестве базовых элементов при создании алгоритмов численного решения усложненных задач. Некоторые вопросы синтеза алгоритмов такого рода рассматривались в работах [7].

В настоящей работе рассматривается метод решения краевых задач и нелинейных уравнений — метод приближенного корректирующего оператора (ПКО), который позволяет использовать возможные упрощенные алгоритмы приближенного расчета в схеме численного поиска точного решения полной задачи. Такой подход расширяет конструктивный базис синтеза быстродействующих алгоритмов решения указанных краевых задач и нелинейных уравнений.

Метод приближенного корректирующего оператора. Пусть поведение объекта описывается векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \mathbf{q}, t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad t \in [t_0, T],$$

где \mathbf{x} — n -мерный вектор фазового состояния; \mathbf{q} — m -мерный вектор управляющих параметров.

Требуется найти вектор \mathbf{q} , который переводит управляемый объект из исходного состояния $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ на требуемую траекторию движения, обеспечивающую в заданный момент времени T достижение заданных граничных условий $\mathbf{p}_T = \mathbf{p}[\mathbf{x}(T)]$. Будем считать, что вектор \mathbf{p}_T имеет размерность m и $m \leq n$. Предполагается, что функции $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \mathbf{q}, t)$ и $\mathbf{p}[\mathbf{x}(T)]$ определены в некоторых заданных областях изменения аргументов, непрерывны и обладают необходимой степенью гладкости, так что обеспечивается единственность решения рассматриваемой задачи.

Предположим, что известен точный нелинейный оператор связи A между вектором начального состояния объекта \mathbf{x}_0 , вектором управляющих параметров \mathbf{q} и состоянием объекта в конечный момент времени $\mathbf{p}[\mathbf{x}(T)]$. Оператор A задается интегрированием соответствующей системы дифференциальных уравнений. Тогда требуемое значение вектора \mathbf{q} , обеспечивающее достижение заданной терминальной точки \mathbf{p}_T , будет удовлетворять уравнению

$$\mathbf{p}_T = A(\mathbf{x}_0, \mathbf{q}, T). \quad (1)$$

Допустим далее, что известен оператор A_1 , устанавливающий приближенную связь между векторами \mathbf{x}_0 , \mathbf{p}_T и \mathbf{q}

$$\mathbf{p}_T = A_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{q}, T). \quad (2)$$

Будем также считать, что для приближенного оператора A_1 известен обратный оператор A_1^{-1} по вектору параметров управления \mathbf{q} . В практической ситуации оператор A_1 может формироваться путем приближенного учета физических факторов, определяющих движение, либо формального упрощения точного оператора интегрирования A , либо комбинацией этих приемов.

Используя приближенный оператор A_1 , запишем уравнение (1) в следующей эквивалентной форме:

$$A_1(\mathbf{q}) = \mathbf{p}_T - \Delta A(\mathbf{q}); \quad \Delta A(\mathbf{q}) = A(\mathbf{q}) - A_1(\mathbf{q}). \quad (3)$$

Подвергнем левую и правую части равенства (3) операторному преобразованию A_1^{-1} :

$$\mathbf{q} = A_1^{-1}[\mathbf{p}_T - \Delta A(\mathbf{q})].$$

Для решения этого нелинейного операторного уравнения применим метод последовательных приближений. В результате получим итерационный процесс

$$\mathbf{q}^{(k+1)} = A_1^{-1}[\mathbf{p}_T - \Delta A(\mathbf{q}^{(k)})], \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Значение вектора \mathbf{q} в первом приближении находим из уравнения (4) при $\Delta A(\mathbf{q}^{(0)}) \equiv 0$, так что $\mathbf{q}^{(1)} = A_1^{-1}[\mathbf{p}_T]$.

Согласно (4), на каждом шаге решения задачи необходимо вычислять значение разностного оператора $\Delta A(\mathbf{q}^{(k)})$. Получим более эффективный алгоритм, в котором исключается необходимость определения этого оператора.

Рассмотрим несколько итераций. Согласно общей схеме расчета, величина \mathbf{q} в первом приближении находится из условия $\mathbf{p}_T = A_1(\mathbf{q}^{(1)})$, так что

$$\mathbf{q}^{(1)} = A_1^{-1}[\mathbf{p}_T]. \quad (5)$$

На втором шаге значение $\mathbf{q}^{(2)}$ находится из условия

$$\mathbf{p}_T = A_1(\mathbf{q}^{(2)}) + A(\mathbf{q}^{(1)}) - A_1(\mathbf{q}^{(1)}).$$

Учитывая (5), получаем уравнение

$$2\mathbf{p}_T = A(\mathbf{q}^{(2)}) + A(\mathbf{q}^{(1)}), \quad (6)$$

отсюда

$$\mathbf{q}^{(2)} = A_1^{-1}[2\mathbf{p}_T - A(\mathbf{q}^{(1)})] = \mathbf{q}^{(2)} = A_1^{-1}[\mathbf{p}_T - \Delta A^{(1)}]; \quad \Delta A^{(1)} = A(\mathbf{q}^{(1)}) - \mathbf{p}_T.$$

На третьем шаге величина $\mathbf{q}^{(3)}$ находится из условия

$$\mathbf{p}_T = A_1(\mathbf{q}^{(3)}) + A(\mathbf{q}^{(2)}) - A_1(\mathbf{q}^{(2)}), \quad (7)$$

однако из выражения (6) следует, что

$$A(\mathbf{q}^{(2)}) = 2\mathbf{p}_T - A(\mathbf{q}^{(1)}). \quad (8)$$

Тогда после подстановки (8) в (7) находим:

$$\mathbf{p}_T = A_1(\mathbf{q}^{(3)}) + \Delta^{(1)} + \Delta^{(2)}; \Delta^{(2)} = A(\mathbf{q}^{(2)}) - \mathbf{p}_T, \quad (9)$$

откуда следует, что

$$\mathbf{q}^{(3)} = A_1^{-1}[\mathbf{p}_T - \Delta^{(1)} - \Delta^{(2)}].$$

Продолжив этот процесс, приходим к следующей вычислительной схеме:

$$\mathbf{q}^{(k+1)} = A_1^{-1} \left[\mathbf{p}_T - \sum_{i=1}^k \Delta^{(i)} \right]; k = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

$$\Delta^{(i)} = A(\mathbf{q}^{(i)}) - \mathbf{p}_T = \mathbf{p}(\mathbf{q}^{(i)}, \mathbf{x}_0, T) - \mathbf{p}_T; \mathbf{p}(\mathbf{q}^{(i)}, \mathbf{x}_0, T) \equiv A(\mathbf{q}^{(i)}).$$

Выражения (10) удобно представить в следующем виде:

$$\mathbf{q}^{(k+1)} = M \left[\mathbf{p}_T - \sum_{i=1}^k \Delta^{(i)} \right], k = 1, 2, 3, \dots, \quad (11)$$

где $M[\bullet] \equiv A_1^{-1}[\bullet]$ — приближенный корректирующий оператор, определяющий алгоритм приближенного решения краевой задачи (1).

Условия сходимости данного метода устанавливаются на основе принципа сжимающих отображений [1, 2]. Можно показать, что вычислительный процесс сходится со скоростью геометрической прогрессии. Очевидно, что чем ближе приближенные операторы A_1 и A_1^{-1} к точным операторам A и A^{-1} , тем выше скорость сходимости.

В целом, метод ПКО отличается достаточно высокой экономичностью с вычислительной точки зрения, поскольку значение неизвестного вектора \mathbf{q} полностью уточняется на каждом итерационном шаге путем однократного интегрирования дифференциальных уравнений движения объекта.

Рассмотренный выше метод ПКО естественным образом распространяется на задачи решения нелинейных уравнений. Согласно этому методу, для решения уравнения

$$\lambda(\mathbf{q}) = 0 \quad (12)$$

применяется соотношение

$$\mathbf{q}_{k+1} = M \left[-\sum_{i=0}^k \lambda(\mathbf{q}_i, T) \right]; k = 1, 2, 3, \dots, \quad (13)$$

где $M[\bullet]$ — ПКО, определяющий алгоритм решения приближенного уравнения $\tilde{\lambda}(\mathbf{q}) = 0$.

Особенности и варианты применения метода ПКО. Выбор приближенных моделей в методе ПКО может быть осуществлен различными способами с учетом специфики исходных зависимостей и условий решаемой задачи. Для этого могут применяться как формальные приемы упрощения исходных моделей, так и методы их аппроксимации. Во всех случаях необходимо стремиться к тому, чтобы приближенный алгоритм решения задачи был сравнительно простым и обеспечивалась достаточно быстрая сходимость итерационного процесса.

Важной особенностью метода ПКО является то обстоятельство, что на каждой итерации значения $\mathbf{p}_T(\mathbf{q})$ и $\lambda(\mathbf{q})$ вычисляются один раз. Этим обеспечивается высокая экономичность вычислений. Ниже это будет показано на примере. Значение оператора $M[\bullet]$ может уточняться в ходе вычислительного процесса по результатам каждой итерации или через несколько итераций. В этом случае можно говорить о комбинированных вариантах использования метода ПКО.

С общих методологических позиций очевидно, что в качестве оператора $M[\bullet]$ могут рассматриваться и операторы различных известных методов численного решения нелинейных уравнений, таких как метод Ньютона и др.

При линейном представлении $\tilde{\lambda}(\mathbf{q})$ вида

$$\tilde{\lambda}(\mathbf{q}) = A\mathbf{q} + \mathbf{b}$$

из (13) следует

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k - M\lambda(\mathbf{q}_k); M = A^{-1},$$

что по форме напоминает модифицированный (упрощенный) метод Ньютона и в частном

случае при $M = \left[\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{q}} \right]_{\mathbf{q}=\mathbf{q}_0}^{-1}$ совпадает с ним.

Оператор M может уточняться в ходе итераций по некоторому правилу

$$M_k = M_k(\mathbf{q}_k, \mathbf{q}_{k-1}, \dots, \mathbf{q}_{k-s}),$$

тогда соотношение (13) при $s = 1$ принимает вид

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k - M_k(\mathbf{q}_k)\lambda(\mathbf{q}_k). \quad (14)$$

В частном случае при $M_k = \left[\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{q}} \right]_{\mathbf{q}=\mathbf{q}_k}^{-1}$ из (14) следует алгоритм метода Ньютона.

В целом, метод ПКО выражает достаточно общую идеологию конструирования алгоритмов решения краевых задач и нелинейных уравнений. При использовании более простых корректирующих операторов M может наблюдаться замедление сходимости вычислений в окрестности решения. В этом случае целесообразно предусмотреть специальные меры для сокращения числа итераций. Для этого можно применить параметрическую модификацию метода ПКО либо перейти в ходе итераций к комбинированному использованию метода ПКО с другими методами, например, с одним из методов секущих [1].

Параметрическая модификация метода ПКО может быть представлена в виде

$$\mathbf{q}^{(k+1)} = M \left[\mathbf{p}_T - \alpha_k \sum_{i=1}^k \Delta^{(i)} \right], \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Рациональным выбором параметров α_k можно добиться ускорения сходимости вычислительного процесса. Возможные способы определения этих параметров аналогичны рассмотренным в [6].

Для сокращения числа итераций можно использовать известные методы ускорения сходимости вычислительных процессов, основанные на линейной интерполяции и использовании асимптотических свойств линейно сходящихся последовательностей [1, 2, 5]. Однако эти условия могут нарушаться на одной из стадий вычислительного процесса, что может привести к его расходимости. При комбинировании метода ПКО с другими более предпочтительным является использование методов, основанных на конечно-разностной аппроксимации матрицы Якоби $\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{q}}$ в методе Ньютона (14), характерной для методов секущих [1, 4]. Известно, что такие методы обеспечивают сверхлинейную сходимость и имеют порядок, по крайней мере, $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$. Линейная интерполяция $\lambda(\mathbf{q})$ в R_m может привести к необходимости использования ряда других методов секущих [1, 3].

Проведенный анализ и накопленный опыт решения прикладных задач позволяют рекомендовать для комбинированного использования метода ПКО следующий способ конечно-разностной аппроксимации оператора $M = \left[\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{q}} \right]^{-1}$ на каждом шаге, начиная с некоторой итерации, который применительно к решению уравнения (12) определяется выражением

$$M = \left[\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{q}} \right]^{-1} \approx Q\Lambda^{-1},$$

$$Q = [\Delta \mathbf{q}_1, \Delta \mathbf{q}_2, \dots, \Delta \mathbf{q}_m]; \Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]; \Delta \mathbf{q}_i = \mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i.$$

Значения $\Delta \mathbf{q}_i$ и λ_i , необходимые для проведения вычислений, определяются по результатам первых m итераций, согласно основной процедуре метода ПКО (13). При переходе к новой итерации проводится циклический сдвиг элементов матриц Q и Λ , при котором элементы $\Delta \mathbf{q}_1$ и λ_1 исключаются, все остальные элементы сдвигаются влево на одну позицию, а на место сдвинутых элементов $\Delta \mathbf{q}_m$ и λ_m ставятся элементы $\Delta \mathbf{q}_{m+1}$ и λ_{m+1} . Для ускорения вычислений можно применить пошаговую аппроксимацию обратных матриц Λ^{-1} на основе метода Шульца быстрых обращений [1, 4].

В заключение отметим, что рассмотренные способы обеспечения сходимости позволяют не только ускорить процессы решения задач при выбранном приближенном корректирующем операторе, но и расширить область практического использования простых операторов.

Пример. Рассмотрим особенности применения метода ПКО на примере решения задачи расчета импульсной программы полета космического аппарата из некоторого исходного состояния, определяемого значениями его фазовых координат $x_0, y_0, z_0, V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}$ на момент t_0 , в требуемое конечное состояние x_T, y_T, z_T за заданное время T .

Будем считать, что полет происходит в нормальном гравитационном поле Земли. С учетом [8] уравнения движения в абсолютной геоцентрической экваториальной системе отсчета представим в виде

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V_x; \quad \dot{y} = V_y; \quad \dot{z} = V_z; \\ \dot{V}_x &= -ax; \quad \dot{V}_y = -ay; \quad \dot{V}_z = (2bc - a)z; \\ a &= b[\alpha_{00} + c(d - 1)]; \quad b = R_0 r^{-3}; \quad c = 1,5\alpha_{20} R_0^2 r^{-2}; \quad d = 5z^2 r^{-2}; \\ J_{20} &= -0,001\,082\,627; \quad \alpha_{00} = 62\,564\,951 \text{ м}^2/\text{с}^2; \\ \alpha_{20} &= -67\,889,273 \text{ м}^2/\text{с}^2; \quad R_0 = 6371 \text{ км}; \quad r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}. \end{aligned}$$

В качестве ПКО воспользуемся приближенным аналитическим решением этой задачи, соответствующим движению в однородном центральном гравитационном поле. В этом случае динамика объекта описывается упрощенными уравнениями:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V}; \quad \dot{\mathbf{V}} = -\omega^2 \mathbf{r},$$

где ω — угловая скорость орбитального движения спутника в момент t_0 ;

$$\omega = \omega(\mathbf{x}_0) = \sqrt{\pi_0 r_0^{-3}}; \quad r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}; \quad \pi_0 = 398\,600,44 \text{ км}^3/\text{с}^2.$$

Для такой модели задача импульсного полета имеет следующее решение:

$$\delta \mathbf{V} = \omega \frac{\mathbf{r}_T - \cos \omega T \mathbf{r}_0 - \omega^{-1} \sin \omega T \mathbf{V}_0}{\sin \omega T};$$

$$\delta V = \left(\delta \mathbf{V}^T \delta \mathbf{V} \right)^{1/2}; \quad \boldsymbol{\alpha} = \delta V^{-1} \delta \mathbf{V},$$

где $\delta \mathbf{V}$ — вектор требуемого импульса скорости; δV — его модуль; $\boldsymbol{\alpha}$ — вектор направляющих косинусов импульса $\delta \mathbf{V}$.

Совокупность приведенных соотношений определяет значение ПКО $M[\bullet]$. Решение исходной задачи производится в соответствии с методом ПКО:

$$\mathbf{q}^{(k+1)} = M[\mathbf{r}_T - \sum_{i=1}^k \Delta \mathbf{r}^{(i)}(T)]; \quad \mathbf{q} = [\delta \mathbf{V}, \delta V, \boldsymbol{\alpha}]^T; \quad k = 1, 2, \dots$$

На каждой итерации производится вычисление невязок $\Delta \mathbf{r}^{(i)}(T)$ путем однократного интегрирования приведенной выше полной системы дифференциальных уравнений движения объекта в нормальном гравитационном поле. При этом каждый раз изменяются начальные условия интегрирования по значениям элементов вектора скорости $\mathbf{V}_0^{k+1} = \mathbf{V}_0 + \delta \mathbf{V}^k$.

Приведем некоторые результаты численных расчетов. Пусть в исходном состоянии космический аппарат находится на экваториальной круговой орбите с высотой $h = 900$ км и имеет следующие начальные значения фазовых координат:

$$x_0 = 7243 \text{ км}; \quad y_0 = 634 \text{ км}; \quad z_0 = 0;$$

$$V_{x_0} = -0,645 \text{ км/с}; \quad V_{y_0} = 7,376 \text{ км/с}; \quad V_{z_0} = 0.$$

Требуется определить импульсное управление, обеспечивающее попадание космического аппарата за время $T = 500$ с в заданную точку $x_T = 5762$ км; $y_T = 4596$ км; $z_T = 0$.

Результаты расчета импульсной программы управления по итерациям приведены в таблице. Здесь $\delta \rho(T)$ — значение модуля координатного промаха относительно терминальной точки.

Номер итерации	$\delta \rho(T)$, км	α_x	α_y	δV_x , м/с	δV_y , м/с	δV , м/с
0	165,446	-0,4317	0,9020	-515	1,075	1,192
1	22,415	-0,6534	0,7570	-848	0,982	1,297
2	2,806	-0,6304	0,7763	-801	0,986	1,270
3	0,348	-0,6333	0,7739	-807	0,986	1,274
4	0,043	-0,6330	0,7742	-806	0,986	1,273

Данные таблицы свидетельствуют о хорошей сходимости рассмотренной реализации метода ПКО.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-08-00259).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вержбицкий В. М.* Основы численных методов. М.: Высш. школа, 2002. 840 с.
2. *Красносельский М. А.* и др. Приближенное решение операторных уравнений. М.: Наука, 1969. 455 с.
3. *Ортега Дж., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975. 560 с.
4. *Островский А. М.* Решение уравнений и систем уравнений. М.: ИЛ, 1963. 383 с.
5. *Трауб Д. Ф., Вожьянковский Х.* Общая теория оптимальных алгоритмов. М.: Мир, 1983. 382 с.
6. *Федоренко Р. П.* Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978. 488 с.

7. Миронов В. И. Конструктивный метод решения краевых задач управляемого движения // Алгоритмы и программы исследования систем управления. Вып. 6. Л.: ВИКИ им. А. Ф. Можайского, 1980. С. 70—74.
8. Космические траекторные измерения / Под ред. П. А. Агаджанова, В. Е. Дулевича, А. А. Коростелева. М.: Сов. радио, 1969. 504 с.

Сведения об авторах

- Вячеслав Иванович Миронов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН; E-mail: mironuv@yandex.ru
- Юрий Вячеславович Миронов** — д-р техн. наук; Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН; ст. научный сотрудник; E-mail: mironuv@yandex.ru
- Рафаэль Мидхатович Юсупов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН; член-корреспондент РАН; E-mail: spiiran@iias.spb.su

Рекомендована институтом

Поступила в редакцию
28.05.09 г.

УДК 621.629.78

В. Е. КОСЕНКО, Д. И. МАРАРЕСКУЛ, В. И. ЕРМОЛЕНКО, В. И. ЛАВРОВ,
А. Н. АРАПОЧКИН, А. И. КОСЫНКИН, А. Б. СИМОНОВ

НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОСАДКИ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ГЛОНАСС-ТЕХНОЛОГИЙ

Рассматриваются подходы к реализации системы обеспечения захода на посадку и посадки воздушных судов с использованием ГЛОНАСС-технологий. Исследована возможность повышения точности навигационного обеспечения за счет совмещения дифференциальной станции с дополнительным наземным источником ГЛОНАСС-подобного сигнала.

Ключевые слова: спутниковая радионавигационная система, навигационная аппаратура потребителей, дифференциальный режим, контрольно-корректирующая станция, псевдоспутник.

Введение. Анализ международных требований к навигационному обеспечению полетов гражданской авиации показал, что эксплуатируемые спутниковые радионавигационные системы ГЛОНАСС и GPS удовлетворяют требованиям по точности навигационного определения воздушных судов при полетах по маршруту и в аэродромных зонах [1]. Вместе с тем проведенные исследования показали, что в классическом варианте дифференциальной навигации [2], когда воздушное судно (ВС) использует радионавигационные сигналы от спутников и дифференциальные поправки от наземной контрольно-корректирующей станции (ККС), возможно обеспечить требуемый уровень точности навигационных определений лишь для захода на посадку по первой (грубой) категории, и только по плановым координатам. При этом остается нерешенным вопрос о выполнении требований ИКАО (International Civil Aviation Organization) по целостности системы, т.е. вероятности оповещения воздушного судна о возможных сбоях в работе той или иной радионавигационной точки за время, не превышающее заданного.

Если ККС дифференциальной подсистемы ГЛОНАСС совместить с наземным излучателем радионавигационного сигнала, аналогичного сигналам навигационных спутников, то за счет существенного улучшения геометрического фактора точность дифференциальных навигационных определений может быть доведена до требований второй и даже третьей

категории ICAO. Наряду с этим использование совмещенной дифференциальной станции, названной „псевдоспутник“ (ПС), позволяет:

- применять дифференциальные методы на ВС без использования дополнительных каналов связи между ПС и воздушными судами (поправки передаются в составе сигнала ПС);
- обеспечить выполнение требований ICAO по времени оповещения об отказах (контрольная корректирующая станция ПС производит мониторинг работоспособности всех радиовидимых навигационных спутников, и эта информация передается в составе навигационного сигнала ПС);
- передавать на ВС формализованные цифровые сообщения от диспетчерской службы в структуре цифрового кадра навигационного сигнала ПС;
- обеспечить возможность приведения ВС к взлетно-посадочной полосе (ВПП) по курсовому углу даже в случае невозможности использования на ВС радионавигационного поля спутников ГЛОНАСС и GPS;
- осуществлять точный заход на посадку на геодезически необеспеченные ВПП, в том числе ледовые и базирующиеся на плавсредствах.

Для выполнения требований ICAO разрабатываются наземные средства посадки, использующие измерения в миллиметровом диапазоне. Альтернативой таким системам могут стать системы посадки, построенные на основе навигационных спутниковых технологий с использованием дифференциальных режимов навигационного обеспечения и, в частности, с использованием псевдоспутников систем ГЛОНАСС и GPS.

Анализ точности и надежности навигационного обеспечения при использовании сигналов псевдоспутников. Анализ точностных характеристик определений по навигационной системе ГЛОНАСС с помощью ПС производился с использованием программно-математического моделирования. Результаты исследований показали, что вблизи ВПП (1—10 км) точность местоопределения в дифференциальном режиме в основном будет обусловлена точностью измерений первичных навигационных параметров (псевдодальность и псевдоскорость) в навигационной аппаратуре потребителя (НАП) и в ПС.

В таблице представлены значения точности навигационных определений для орбитальной структуры из 24 модернизированных спутников ГЛОНАСС-М при следующей величине погрешности:

- эфемерид навигационных спутников в орбитальной системе координат по трансверсали и бинормали — не более 5 м;
- эфемерид по высоте — не более 1 м;
- взаимной синхронизации навигационных сигналов спутников — не более 8 нс;
- измерений псевдодальностей в навигационных радиоканалах между ПС и ВС с учетом остаточных атмосферных задержек — не более 0,5—1,0 м.

Режим навигационных определений ГЛОНАСС-М	Точность местоопределения, м (с вероятностью $P=0,95$)		
	по широте	по высоте	по долготе
Стандартный	12	20	13
Дифференциальный	1,3	2,5	1,5
Дифференциальный и ПС	0,4	0,5	0,5

Данные, представленные в таблице, показывают, что погрешность навигационных определений в стандартном режиме (без дифференциальной коррекции) удовлетворяет требованиям маршрутного полета. При работе в обычном дифференциальном режиме без излучения дополнительного сигнала удовлетворяются требования захода на посадку по первой категории ICAO, а при работе в дифференциальном режиме с использованием измерений по псевдоспутнику удовлетворяются требования захода на посадку по второй и третьей категориям ICAO.

Использование измерений по сигналам псевдоспутника, расположенного в нижней полусфере ВС, улучшает геометрические свойства навигационного „созвездия“, что позволяет повысить точность определения координат, особенно высоты. На геометрические свойства „созвездия“ при такой схеме расположения основное влияние оказывает угол места от горизонта воздушного судна на псевдоспутник (β). На рис. 1 показана зависимость погрешности определений местоположения ВС (σ) в от угла β .

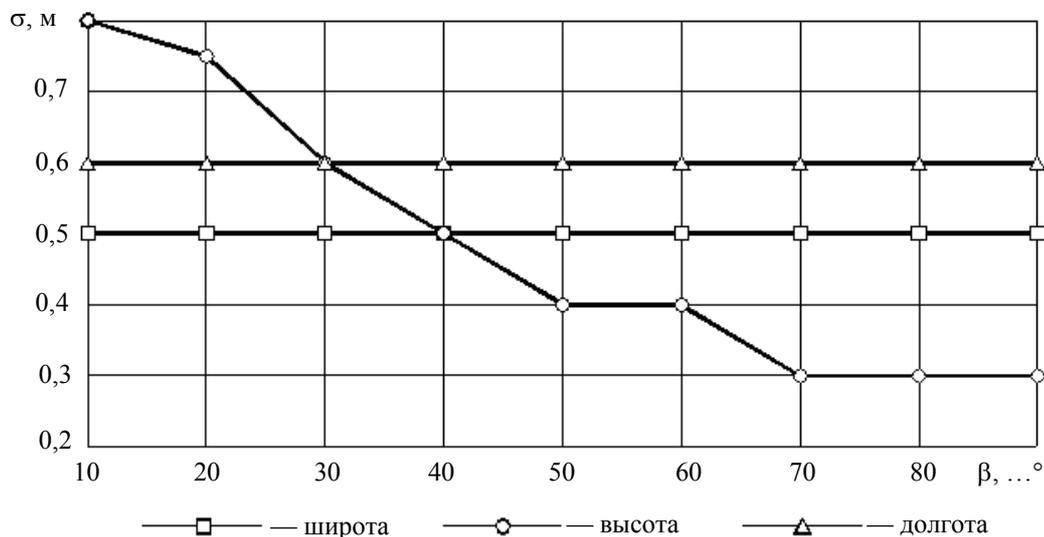


Рис. 1

Использование псевдоспутника также обеспечивает потребителю дополнительную высоконадежную опорную навигационную точку, что улучшает характеристику доступности навигационного обеспечения (вероятности работоспособности радионавигационного средства перед выполнением той или иной задачи и в его процессе).

Помимо точности и доступности навигационного обеспечения для ВС необходима высокая скорость доведения информации о целостности навигационной системы. Задача контроля целостности навигационного поля в зоне аэродрома может эффективно решаться за счет оперативного доведения этой информации до потребителя в навигационном кадре псевдоспутника наряду с дифференциальными поправками.

Схема построения псевдоспутника. В псевдоспутнике можно условно выделить две основные системы: контрольно-корректирующую аппаратуру (ККА) и излучатель навигационного сигнала (ИНС). Согласно требованиям электромагнитной совместимости НАП ККА и излучателя навигационного сигнала, необходимо пространственное разнесение антенн НАП и ИНС.

В зависимости от различных требований заказчиков спутниковых систем посадки (количество обслуживаемых ВПП, размер зоны обслуживания, уровень устойчивости и т.д.) возможны варианты построения ПС с одним или несколькими пространственно разнесенными излучателями навигационного сигнала. Использование нескольких ИНС позволяет: во-первых, обеспечить наилучшие условия навигации в различных районах аэродрома (например, на обоих концах ВПП или, в случае многополосного аэродрома, на разных ВПП); во-вторых, повысить надежность системы; в-третьих, обеспечить угловое наведение ВС относительно осевой линии ВПП даже при сбоях и внезапных отказах в радионавигационном поле ГЛОНАСС или GPS.

Схема построения псевдоспутника представлена на рис. 2. Она предусматривает единый опорный генератор, систему питания, блоки управления, эталонный навигационный приемник ИНС.

Взаимная синхронизация шкал ИНС и ведущей ККА с системной шкалой времени ГЛОНАСС осуществляется посредством совместной обработки на ККА дальномерных сигналов, поступающих от спутника ГЛОНАСС и контролируемого ИНС.

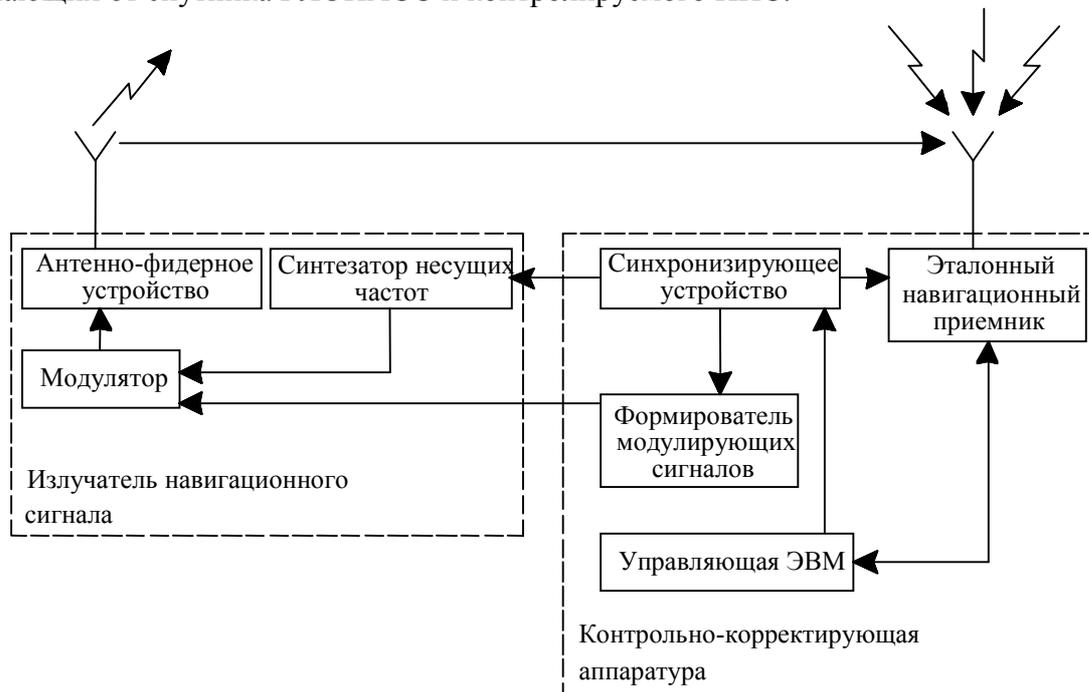


Рис. 2

Основные требования к псевдоспутнику. Тип излучения — сигнал ГЛОНАСС с СТ-кодом (стандартной точности) и специализированной цифровой информацией или GPS-подобный сигнал с С/А-кодом (Coarse/Acquisition — код грубого обнаружения).

Мощность излучения (1—10 мВт) должна обеспечивать уровень принимаемого сигнала не ниже, чем от навигационных спутников ГЛОНАСС, что реализуется при размере рабочей зоны псевдоспутника 20—30 км.

Диапазон излучаемых частот: в соответствии с частотным планом системе ГЛОНАСС выделена полоса $(1598,0625—1604,25) \pm 5$ МГц [3], в которой используется 12 литерных частот с разносом между литерами 0,5625 МГц, промодулированных сигналами с частотой 0,511 МГц для СТ-кода и 5,11 МГц — для сигнала ВТ-кода (высокой точности). При таком построении системы используются все литерные частоты. Излучение сигналов псевдоспутниками должно производиться в диапазоне, доступном для обработки стандартными навигационными приемниками ГЛОНАСС. Возможно расположение дополнительных литерных частот в защитных интервалах ± 5 МГц частотного диапазона, выделенного системе ГЛОНАСС.

В связи с тем что ширина спектра сигнала СТ-кода системы ГЛОНАСС на порядок меньше сигнала ВТ-кода и излучение псевдоспутника производится в направлении снизу вверх в локальной зоне и с малым уровнем мощности, то возможно без создания помех потребителям системы ГЛОНАСС и потребителям прочих систем использовать для излучения сигналов псевдоспутников до 16 литерных частот, размещенных в защитных интервалах диапазона системы ГЛОНАСС.

Основные требования к самолетной навигационной аппаратуре. Антенно-фидерное устройство должно обеспечивать возможность приема сигналов спутников систем ГЛОНАСС и GPS из верхней полусферы и сигналов псевдоспутников ГЛОНАСС из нижней полусферы и обеспечивать прием и измерение на дополнительных литерных частотах. Самолетная навигационная аппаратура должна:

- идентифицировать сигналы псевдоспутников и расшифровывать цифровую информацию навигационного кадра псевдоспутника;
- обеспечивать использование в алгоритмах решения навигационных задач дифференциальных поправок, поступающих в кадре псевдоспутника, информацию о целостности орбитального сегмента ГЛОНАСС и GPS;
- производить корректную обработку измерений псевдодальности по псевдоспутникам;
- принимать и расшифровывать специальные сообщения, поступающие по навигационному каналу псевдоспутника от диспетчерской службы аэродрома;
- обеспечивать индикацию положения воздушного судна относительно полосы, а также отклонение от расчетной или заложенной извне траектории движения;
- обеспечивать интерфейс с навигационно-пилотажным комплексом воздушного судна.

Заключение. Использование космических технологий навигационного обеспечения авиационного транспорта на ответственных участках полета, в частности, при заходе на посадку, требует применения дифференциальных методов спутниковой навигации. Однако классические методы дифференциальных навигационных определений не удовлетворяют высоким требованиям к точности местоопределения ВС по категориям ИКАО. Требуемая точность и надежность местоопределения может быть достигнута при совмещении дифференциальной станции с источником радионавигационного сигнала, аналогичного сигналам, излучаемым навигационными спутниками.

Наличие дополнительной радионавигационной опорной точки, расположенной в нижней полусфере ВС, позволяет повысить точность навигационных определений за счет дифференциальной коррекции, улучшить геометрические характеристики локального радионавигационного поля, что практически на порядок (по сравнению с обычной дифференциальной навигацией) позволяет повысить надежность и доступность навигационного обеспечения, а также обеспечить передачу на ВС информации о целостности системы практически в реальном масштабе времени.

За счет размещения псевдоспутников в непосредственной близости от взлетно-посадочной полосы не требуется высокоточная геодезическая привязка последней, что позволяет обеспечить точный заход на посадку на геодезически необеспеченные аэродромы.

Псевдоспутник представляет собой совокупность модулей и узлов, не требует трудоемких конструкторско-технологических разработок и испытаний, а основной объем требуемых работ заключается в создании программно-математического обеспечения псевдоспутника и навигационной аппаратуры воздушного судна.

Создание экспериментального образца и натурная отработка системы инструментальной посадки на базе псевдоспутника могут быть осуществлены уже в ближайшее время с использованием имеющихся в распоряжении ОАО „ИСС им. акад. М. Ф. Решетнева“ и НТП „Радиотехника“ аппаратных блоков силами этих организаций на летно-технической базе красноярских авиапредприятий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьев Ю. А. Системы спутниковой навигации. М.: Эко-Трендз, 2000. 268 с.
2. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В. С. Шебшаевич, П. П. Дмитриев, Н. В. Иванцевич и др. М.: Радио и связь, 1993. 408 с.
3. ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ (редакция 5.0). М.: Координационный научно-исследовательский центр, 2002. 60 с.

Виктор Евгеньевич Косенко — *Сведения об авторах*
— канд. техн. наук; ОАО „Информационные спутниковые системы им. акад. М. Ф. Решетнева“, Железногорск; первый заместитель генерального конструктора

- Дмитрий Иванович Марарескул* — ОАО „Информационные спутниковые системы им. акад. М. Ф. Решетнева“, Железногорск; начальник сектора;
E-mail: dimar@nprorm.ru
- Владислав Иванович Ермоленко* — ОАО „Информационные спутниковые системы им. акад. М. Ф. Решетнева“, Железногорск; главный специалист по РНСС
- Виктор Иванович Лавров* — ОАО „Информационные спутниковые системы им. акад. М. Ф. Решетнева“, Железногорск; главный конструктор общего проектирования КА
- Александр Николаевич Арапочкин* — ОАО „Информационные спутниковые системы им. акад. М. Ф. Решетнева“, Железногорск; главный специалист
- Александр Иванович Косынкин* — Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург; начальник отделения
- Андрей Борисович Симонов* — Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра космической радиолокации и радионавигации, Санкт-Петербург; преподаватель

Рекомендована кафедрой
космической радиолокации
и радионавигации

Поступила в редакцию
24.04.09 г.

УДК 681.7; 681.518.26

В. Р. АХМЕТЬЯНОВ, О. А. МИШИНА

ОБРАБОТКА ДАННЫХ ВЕТРОВОГО КОГЕРЕНТНОГО ДОППЛЕРОВСКОГО ЛИДАРА НА ОСНОВЕ МЕТОДА ГАУССОВОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Рассмотрена задача определения параметров доплеровского спектра сигнала в ветровом когерентном доплеровском лидаре с использованием метода гауссовой аппроксимации. С помощью численного моделирования определены основные характеристики гауссова метода. Представлена оценка скорости ветра, проведено сравнение метода гауссовой аппроксимации с другими методами.

Ключевые слова: ветровой когерентный доплеровский лидар, математическое моделирование, аппроксимация, итерация.

Введение. Одним из датчиков, позволяющих измерять скорость ветра в атмосфере, является ветровой когерентный доплеровский лидар (ВКДЛ). Исследования ВКДЛ проводились в США [1], Германии [2] и России [3—5].

Несколько подобных комплексов разработаны в НПП „Лазерные системы“ [5] и БГТУ „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова и приняты в эксплуатацию рядом организаций.

В настоящее время уровень вычислительной мощности компьютерной техники и специализированных цифровых процессоров позволяет повышать точность измерения параметров скорости ветра с помощью ВКДЛ не только за счет совершенствования оптических и электронных узлов, но и благодаря разработке и применению современных методов обработки измерительной информации.

В работе [6] было предложено использовать двухэтапную обработку данных ВКДЛ. На первом этапе осуществляется внутриимпульсная обработка (оценивается скорость ветра на интервале времени в пределах длительности зондирующего импульса); на втором этапе проводится междуимпульсная обработка данных путем уточнения оценок скорости ветра методами калмановской фильтрации.

На этапе внутриимпульсной обработки возможны такие подходы к получению оценок скорости ветра, как спектральная обработка, обработка по критерию максимума правдоподобия, поиск аргумента корреляционной функции.

В настоящей статье рассмотрен метод гауссовой аппроксимации амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ВКДЛ на этапе внутриимпульсной обработки, проведено сравнение с известными алгоритмами.

Основные положения математической модели. В соответствии с известной моделью физических процессов, происходящих в ВКДЛ, для определения параметров скорости ветра используется метод фурье-преобразования принятого лидарного сигнала [7]. Анализ доплеровского спектра сигнала ВКДЛ позволяет сделать вывод, что область пика АЧХ представляет собой колоколообразную функцию.

На рис. 1 приведен пример доплеровского спектра сигнала ВКДЛ (u — амплитуда сигнала, f — его частота).

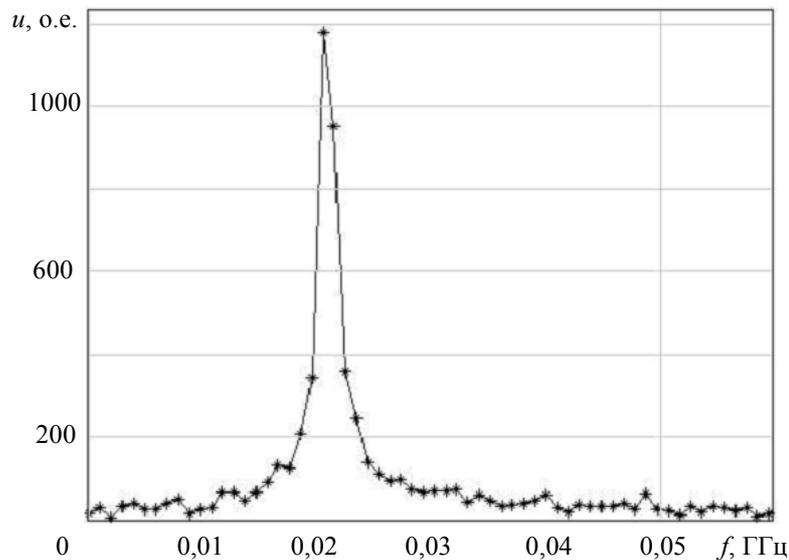


Рис. 1

Положение максимума АЧХ соответствует средней скорости ветра, а полуширина характеризует степень атмосферной турбулентности [8]. В связи с дискретностью доплеровского спектра, полученного после преобразования Фурье, для более точного нахождения оценки положения максимума предлагается провести его аппроксимацию.

Для определения оценки скорости ветра используются широко известный центроидный метод [9], а также методы аппроксимации — с использованием кубических сплайнов [10] и гауссов [11].

При использовании центроидного метода оценка скорости ветра определяется координатой центра тяжести доплеровского спектра, т.е.

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^M x_i u(x_i)}{\sum_{i=1}^M u(x_i)}, \quad (1)$$

где x_i — координата по оси абсцисс, соответствующая i -му отсчету АЧХ, $u(x_i)$ — амплитуда сигнала i -го отсчета АЧХ, M — количество отсчетов.

Центроидный метод прост, следовательно, при его реализации не требуется больших вычислительных затрат. Но этот метод имеет серьезный недостаток — высокую чувствительность к шуму во входном сигнале. В методе с использованием кубических сплайнов искомая оценка определяется положением максимума аппроксимирующей функции.

В отличие от первых двух методов с помощью гауссовой аппроксимации можно определить как положение максимума, так и полуширину спектра (см. рис. 1).

Метод аппроксимации отсчетов доплеровского спектра гауссоидой применялся в работе [12] для обработки брэгговских пиков. При этом параметры гауссоиды определялись по методу Ньютона с использованием критерия минимума среднеквадратичной ошибки.

Совокупность M экспериментальных точек $u(x_i)$ аппроксимируется гауссоидой $U\varphi(x, x_{\max}, \sigma)$, где U — амплитудный коэффициент, $\varphi(x, x_{\max}, \sigma)$ — функция Гаусса:

$$\varphi(x, x_{\max}, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_{\max}}{\sigma}\right)^2}, \quad (2)$$

где x_{\max} — центр гауссова распределения, характеризующий положение максимума колоколообразной функции, σ — дисперсия гауссова распределения, характеризующая ширину колоколообразной функции.

Для нахождения параметров гауссоиды используется итерационная процедура

$$\begin{bmatrix} U^{(k+1)} \\ x_{\max}^{(k+1)} \\ \sigma^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^{(k)} \\ x_{\max}^{(k)} \\ \sigma^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta U^{(k)} \\ \delta x_{\max}^{(k)} \\ \delta \sigma^{(k)} \end{bmatrix},$$

где $U^{(k)}$ — k -е приближение U ; $x_{\max}^{(k)}$ — k -е приближение x_{\max} ; $k = 1 \dots K$, где K — количество итераций; $\delta U^{(k)}$ — поправка к $U^{(k)}$, $\delta x_{\max}^{(k)}$ — поправка к $x_{\max}^{(k)}$, $\delta \sigma^{(k)}$ — поправка к $\sigma^{(k)}$. Нулевые приближения определяются каким-либо другим методом, в частности центроидным.

В соответствии с методом Ньютона значения поправок $\delta U^{(k)}$, $\delta x_{\max}^{(k)}$, $\delta \sigma^{(k)}$ находятся из системы уравнений

$$AX = B, \quad (4)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M (\varphi_i^{(k)})^2 & U^{(k)} \sum_{i=1}^M \varphi_i^{(k)} \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial x_{\max}^{(k)}} & U^{(k)} \sum_{i=1}^M \varphi_i^{(k)} \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial \sigma^{(k)}} \\ \sum_{i=1}^M \varphi_i^{(k)} \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial x_{\max}^{(k)}} & U^{(k)} \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial x_{\max}^{(k)}} \right)^2 & U^{(k)} \sum_{i=1}^M \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial x_{\max}^{(k)}} \cdot \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial \sigma^{(k)}} \\ \sum_{i=1}^M \varphi_i^{(k)} \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial \sigma^{(k)}} & U^{(k)} \sum_{i=1}^M \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial x_{\max}^{(k)}} \cdot \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial \sigma^{(k)}} & U^{(k)} \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial \sigma^{(k)}} \right)^2 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} \delta U^{(k)} \\ \delta x_{\max}^{(k)} \\ \delta \sigma^{(k)} \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M u(x_i) \varphi_i^{(k)} - U^{(k)} \sum_{i=1}^M (\varphi_i^{(k)})^2 \\ \sum_{i=1}^M u(x_i) \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial x_{\max}^{(k)}} - U^{(k)} \sum_{i=1}^M \varphi_i^{(k)} \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial x_{\max}^{(k)}} \\ \sum_{i=1}^M u(x_i) \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial \sigma^{(k)}} - U^{(k)} \sum_{i=1}^M \varphi_i^{(k)} \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial \sigma^{(k)}} \end{pmatrix};$$

$$\varphi_i^{(k)} = \varphi(x_i, x_{\max}^{(k)}, \sigma^{(k)}), \quad \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial x_{\max}^k} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_{\max}} \Big|_{x_{\max}=x_{\max}^k, x=x_i}, \quad \frac{\partial \varphi_i^{(k)}}{\partial \sigma^k} = \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=\sigma^k, x=x_i}.$$

Итерационная процедура продолжается до тех пор, пока поправки $\delta U^{(k)}$, $\delta x_{\max}^{(k)}$, $\delta \sigma^{(k)}$ не становятся по абсолютной величине меньше заданных значений. Иначе новые значения $U^{(k+1)}$, $x_{\max}^{(k+1)}$, $\sigma^{(k+1)}$ используются как приближенные значения корней, и процесс повторяется до тех пор, пока не будет найдено решение (или не станет ясно, что получить его невозможно).

Методика моделирования сигнала ВКДЛ. Моделирование проводилось с использованием программного пакета MatLab Simulink.

Для формирования исходных данных применялась математическая модель сигнала ВКДЛ, представленная в [3, 7]. Согласно этой модели, лидарный сигнал содержит как аддитивные, так и мультипликативные шумы, которые приводят к ошибкам определения параметров доплеровского спектра. Мультипликативные шумы обусловлены когерентной природой используемого лазерного излучения. Искажения сигнала также возникают из-за дискретности данных.

Генерация сигнала производилась в соответствии с выражением

$$Z(t_S) = \frac{\sqrt{SNR}}{\sqrt{2 \sum_{l=1}^{n_S} P_S(t_S)}} \sum_{l=1}^{n_S} a(l) P_S^{1/2}(t_S) \exp \left[-j \frac{4\pi l t_S (V_r + 0,5 \Delta f \lambda)}{\lambda} \right] + \frac{1}{\sqrt{2}} b(t_S), \quad (5)$$

где $a(l)$ и $b(t_S)$ — независимые случайные числа, распределенные по нормальному закону с нулевым средним и единичной дисперсией ($l = \overline{1, n_S}$); $P_S(t_S)$ — мощность зондирующего пучка; $SNR = S/N_{ш}$ — отношение сигнал—шум; S — среднее значение мощности полезной составляющей фототока; $N_{ш}$ — средняя мощность шума; λ — длина волны зондирующего пучка; n_S — число рассеивающих аэрозольных частиц в рассматриваемой области; t_S — время дискретизации; V_r — заданная для модели скорость ветра; Δf — сдвиг частоты опорного сигнала.

Характеристики моделируемого ВКДЛ [5] следующие: длительность импульса — 1—2 мкс; t_S — 2—4 нс; Δf — 20 МГц; λ (CO₂-лазера) — 10,6 мкм.

Предполагалось, что скорость ветра в пределах длительности импульса постоянна. При моделировании использовалась форма импульса T (рис. 2) зондирующего лазерного сигнала, генерируемого в реальном ВКДЛ, описанном в работе [5].

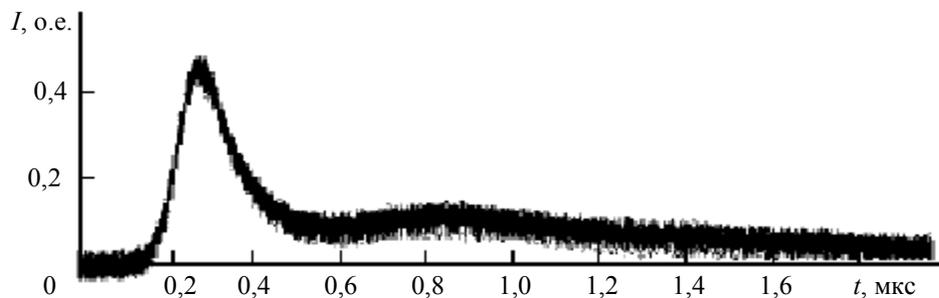


Рис. 2

Для различных значений SNR проводилась генерация сигнала в соответствии с выражением (5). Затем осуществлялось быстрое преобразование Фурье с заданным временем дискретизации и определялось положение максимума АЧХ в соответствии с выбранным методом.

Скорость ветра вычисляется по формуле

$$V = \frac{f_D \lambda}{2}, \quad (6)$$

где f_D — доплеровская частота.

В результате проведения вычислительного эксперимента для различных реализаций шумов определялись оценки скорости ветра, их среднее значение, а также среднеквадратичное отклонение. При моделировании для анализа использовалась ошибка (Δ), представляющая собой сумму абсолютного значения систематической ошибки и среднеквадратичного отклонения.

Результаты. Рассмотрим результаты оценки скорости ветра при аппроксимации АЧХ гауссовым методом.

Моделирование проводилось для скорости ветра от 5 до 20 м/с, что соответствует по шкале Бофорта силе ветра от слабого до практически штормового, значение SNR в пределах от 1 до 10. Нулевое приближение параметров $U^{(0)}$, $x_{\max}^{(0)}$ аппроксимирующей гауссоиды находилось с помощью центроидного метода либо с использованием стандартной функции поиска максимума пакета MatLab. Для определения нулевого приближения $\sigma^{(0)}$ ширины пика АЧХ на полувысоте использовалась линейная аппроксимация доплеровского спектра. Количество итераций — 10.

В качестве примера на рис. 3, а представлены результаты оценки скорости ветра (для $V_r = 5$ м/с), при отношении сигнал—шум, равном 4. Кривые 1—3 соответствуют отдельным реализациям вычислительного эксперимента. Кривая 4 является усредненной характеристикой оценки скорости ветра по 100 испытаниям. Подобная картина наблюдается и для других значений скорости ветра в пределах рассматриваемого диапазона при анализируемых значениях SNR . В результате анализа представленных на рис. 3, а кривых можно сделать вывод, что после второго-третьего шага итерационного процесса оценка скорости ветра стремится к постоянной величине.

На рис. 3, б представлены сглаженные кривые зависимости ошибки оценки скорости ветра от отношения сигнал—шум при условии, что заданная в модели скорость ветра равна 5 (кривая 1) и 10 м/с (2). Из графиков следует, что при $SNR > 4—5$ повышение точности оценок скорости ветра гауссовым методом не превышает 5—6 %. На рис. 3, в показана зависимость ошибки оценки от значения V_r . Видно, что с увеличением скорости ветра с 5 до 20 м/с абсолютное значение ошибки гауссова метода возрастает, а относительное падает соответственно с 10 до 5 %. На рис. 3, г представлена зависимость параметра Δ от ошибки нулевого приближения оценки скорости ветра $V^{(0)}$ ($V_r = 10$ м/с).

На следующем этапе моделирования при определении оценки скорости ветра проводилось сравнение центроидного метода с методами аппроксимации АЧХ кубическими сплайнами и гауссоидой.

На рис. 4 представлена зависимость ошибки оценки скорости ветра от значения SNR для рассматриваемых методов: центроидного (кривая 1) метода и методов аппроксимации АЧХ кубическими сплайнами (2) и гауссоидой (3). Данные кривые получены для случая, когда скорость ветра в модели принималась равной 10 м/с.

Как видно из графиков, при использовании центроидного метода значение ошибки определения параметров ветра в среднем в 2—3 раза больше, чем при использовании других методов. В свою очередь, ошибка оценивания скорости ветра методом использования кубических сплайнов в среднем на 20—30 % больше, чем при применении метода гауссовой аппроксимации.

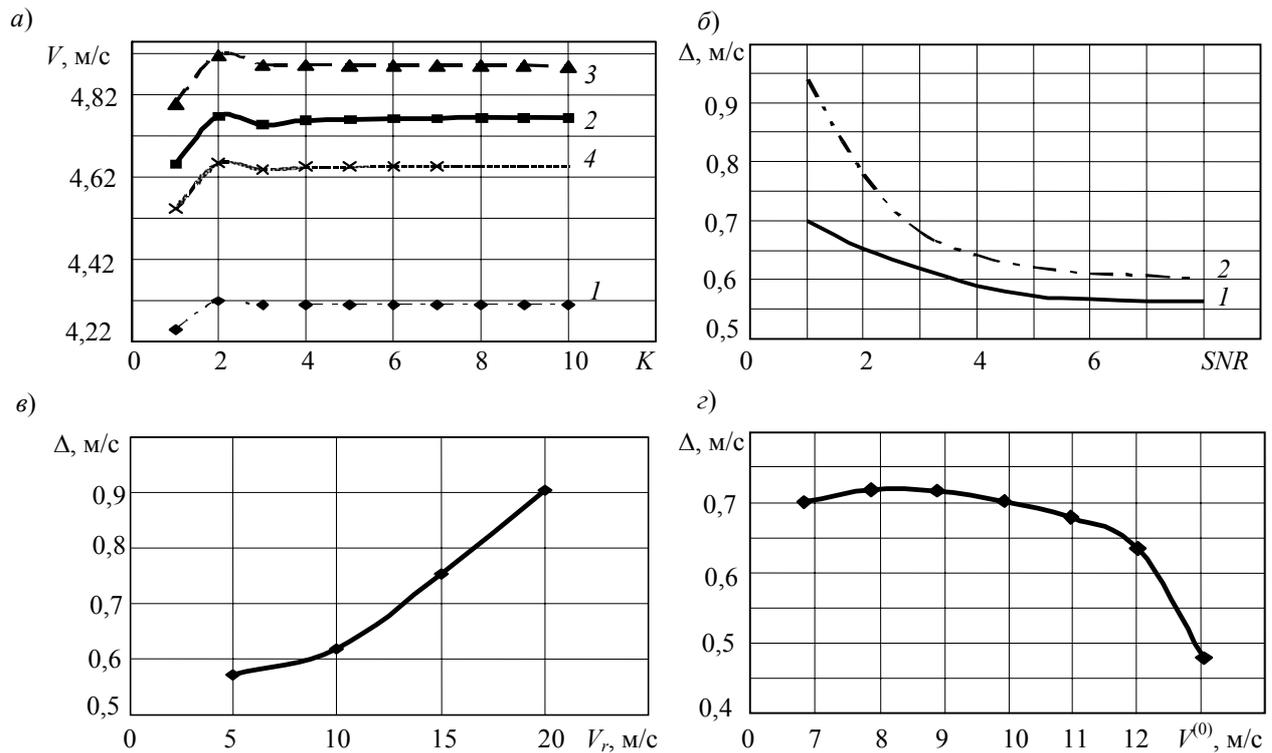


Рис. 3

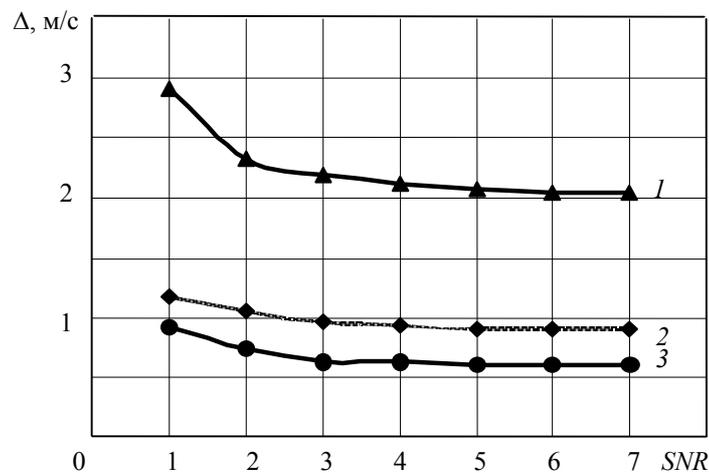


Рис. 4

Заключение. В процессе математического моделирования с использованием пакета MatLab проведено сравнение результатов центроидного метода и двух методов аппроксимации доплеровского спектра сигнала ВКДЛ для определения оценок скорости ветра. При использовании гауссова метода и метода аппроксимации кубическими сплайнами достигаются более точные оценки параметров анализируемого доплеровского спектра по сравнению с центроидным, но требуется больше вычислительных затрат.

Установлено, что гауссов метод приводит к лучшим результатам по сравнению с методами кубических сплайнов.

Моделирование также показало, что итерационный процесс в методе гауссовой аппроксимации целесообразно завершать уже на втором-третьем шаге.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Munoz R. M., Mocker H. W. Airborne laser Doppler velocimeter // Appl. Optics. 1974. Vol. 13, N 12. P. 2890—2898.
2. Hardesty R. M. Atmospheric remote sensing using the NOAA coherent lidar system // Opt. and Laser Remote Sensing. Berlin, 1983. P. 350—355.
3. Банах В. А., Фалиц А. В. Оценивание параметров атмосферной турбулентности из измерений скорости ветра импульсным когерентным CO₂ доплеровским лидаром // Оптика атмосферы и океана. 2004. Т. 17, № 4. С. 297—305.
4. Гордиенко В. М., Путивский Ю. Я. Ветровой когерентный доплеровский TEA CO₂-лидар // Квант. электрон. 1994. Т. 21, № 3. С. 284—290.
5. Борейшо А. С., Коняев М. А. и др. Мобильные многоволновые лидарные комплексы // Квант. электрон. 2005. Т. 35, № 12. С. 1167—1178.
6. Ахметьянов В. Р., Мишина О. А. Подход к разработке требований к информационному обеспечению систем дистанционного зондирования окружающей среды // Региональная информатика — 2008. Мат. конф. СПб, 2008. С. 258—259.
7. Протопопов В. В., Устинов Н. Д. Лазерное гетеродинирование. М.: Наука, 1985. 288 с.
8. Банах В. А., Фалиц А. В. и др. Оценка параметров турбулентности из измерений скорости ветра импульсным когерентным доплеровским лидаром // Оптика атмосферы и океана. 2005. Т. 18, № 12. С. 1062—1065.
9. Замятин В. В. Алгоритмы контроля координат источника излучения на фоточувствительной поверхности матрицы // Ползуновский вестник. 2008. № 3. С. 350—355.
10. Ахметьянов В. Р., Мишина О. А. Методика и результаты моделирования сигнала в ветровом когерентном доплеровском лидаре // Четвертые Уткинские чтения. Мат. междунар. науч.-технич. конф. Т. 1. СПб: БГТУ, 2009. С. 57—59.
11. Мишина О. А. Метод гауссовской аппроксимации доплеровского спектра лидарного сигнала // Системы управления и передачи информации. Мат. межвуз. науч.-технич. конф. студ., аспирант. и мол. ученых. СПб: БГТУ, 2009. С. 38—39.
12. Веснин В. Л. Метод гауссовской аппроксимации пика спектра отражения волоконно-оптического брэгговского датчика // Изв. Самарского научного центра РАН. Общая физика и электроника. 2003. Т. 5, № 1. С. 156—164.

Сведения об авторах

- Валерий Равинович Ахметьянов** — канд. техн. наук; Балтийский государственный технический университет „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург;
E-mail: zinval@mail.ru
- Ольга Александровна Мишина** — Балтийский государственный технический университет „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург; инженер;
E-mail: olga_A_mishina@mail.ru

Рекомендована университетом

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

А. И. ГРУШИН, М. Л. РЕМИЗОВ, А. В. РОСТОВЦЕВ,
Д. Д. НИКОЛАЕВ, ЧИНЬ КУАНГ КИЕН

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ ОБРАБОТКИ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрена аппаратная реализация алгоритма рекурсивного вычисления комплексной матрицы 64×64 . При обработке радиолокационной информации требуется производить такое вычисление в режиме реального времени. Проанализирована и преобразована исходная формула, разработаны функциональные модели, проведено исследование точности вычислений, предложен способ представления информации, облегчающий проектирование, разработаны и верифицированы узлы устройства, разработана структура специализированного вычислительного устройства, проведена отладка устройства, синтезирован прототип.

Ключевые слова: вычислительное устройство, матрица, комплексное умножение с накоплением, числа с плавающей запятой, ПЛИС.

Введение. В статье [1] было показано, что при выделении сигналов на фоне интенсивных помех наиболее трудоемкой является процедура вычисления в режиме реального времени комплексной обратной (64×64)-матрицы R^{-1}_n , зависящей от выборки векторов y_n и целой положительной константы μ :

$$R_0^{-1} = I; R_n^{-1} = R_{n-1}^{-1} - \frac{1}{\mu + \tilde{y}_n z_n} z_n \tilde{z}_n, z_n = R_{n-1}^{-1} y_n, n = 1, 2, \dots, 128, \quad (1)$$

где I — единичная матрица, y_n — 64-мерный комплексный вектор, коэффициенты действительной и мнимой частей которого — 12-разрядные целые числа со знаком, „ $\tilde{}$ “ обозначает комплексное сопряжение и транспонирование, количество векторов y_n ($n = 1, N$) в одной выборке — 128.

Значение матрицы R^{-1} вычисляется на выборке из 128 векторов y_n , затем она передается в другое устройство для принятия решения об обнаружении полезного сигнала. За 5 с (рабочий цикл радиолокационной системы) необходимо вычислить матрицу для 576 различных выборок векторов с тремя значениями μ .

Вычисления на компьютере (Core 2 Duo, 2,66 ГГц, 1 Гбайт) занимают более 43 мин, т.е. не обеспечивают требуемой скорости, поэтому было принято решение реализовать вычисления на аппаратуре, имеющей параллельную архитектуру с созданием прототипа на программируемой логической интегральной схеме (ПЛИС).

Анализ формулы (1) и результатов моделирования позволил установить, что $\tilde{y}_n z_n$ — положительная величина, поэтому вычисления в формате single [2] обеспечивают необходимые диапазон и точность.

Вычислительное устройство. Схема вычисления и формат чисел. Для вычисления нового значения матрицы нужно провести 128 итераций по формуле (1). Каждую итерацию разделим на этапы (см. табл. 1).

Таблица 1

№	Этап	Операции и объем вычислений
1	$z_n = R_{n-1}^{-1} y_n$	64×64 MAC
2	$\alpha = \mu + \tilde{y}_n z_n$	1×64 MAC
3	$k = 1 / \alpha$	1 DIV
4	$w_n = -k z_n$	64 MUL
5	$R_n^{-1} = R_{n-1}^{-1} - w_n \tilde{z}_n$	64×64 MAC

Операции деления DIV и умножения MUL выполняются над действительными числами, а умножения с накоплением MAC — над комплексными.

Моделирование показало, что использование 62-разрядных чисел с фиксированной запятой обеспечивает необходимый диапазон вычислений и точность до 10-го двоичного знака по сравнению с вычислениями программным способом в формате single, но производительность при этом меньше требуемой.

Использование чисел с плавающей запятой формата single позволяет автоматически решить проблему обеспечения необходимого диапазона и точности вычислений.

В табл. 2 проведено сравнение двух реализаций вычислителя.

Таблица 2

Характеристика	Фиксированная запятая (62 разряда)	Плавающая запятая (формат single)
Занимаемая площадь кристалла, %	12	55
Рабочая частота, МГц	300	200—250
Время вычисления R^{-1} для одного μ , мс	5,6	1
Трудозатраты на разработку, чел.×мес.	~6	~15

Использование чисел с фиксированной запятой предполагает возможность применения более простых алгоритмов, обеспечения меньших трудозатрат, меньшей площади кристалла, но требование по производительности повлекло за собой выбор метода чисел с плавающей запятой.

Исследование алгоритма вычисления обратной матрицы показало, что для обеспечения необходимого диапазона вычислений достаточно 7-разрядного порядка, поэтому в работе предложен формат чисел с плавающей запятой, в котором скрытый бит мантиссы представлен в явном виде (рис. 1, *a* — формат single IEEE Standard 754, *b* — предложенный формат чисел с плавающей запятой).

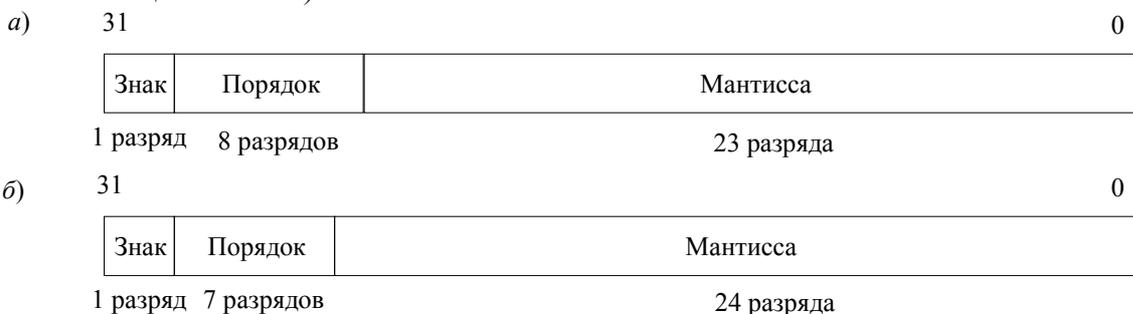


Рис. 1

В устройстве не поддержаны некоторые требования стандарта [2], это упростило аппаратуру и повысило быстродействие, при этом результат совпадает с данными, вычисленными с соблюдением всех требований стандарта.

Основные узлы вычислительного устройства.

— Узел преобразования целого числа в вещественное CI2F. На входе — 12-разрядное целое число Y в прямом коде со знаком. На выходе — вещественное число, содержащее знак, 7-разрядный порядок и 24-разрядную мантиссу, младшие 13 разрядов мантиссы всегда нулевые.

— Узел комплексного умножения с накоплением MAC.

Узел вычисляет следующую функцию (рис. 2, а):

$$AC - BD + E + (AD + BC + F)i,$$

где $A + Bi, C + Di, E + Fi$ — комплексные операнды, коэффициенты A, B, C, D, E, F — числа с плавающей запятой.

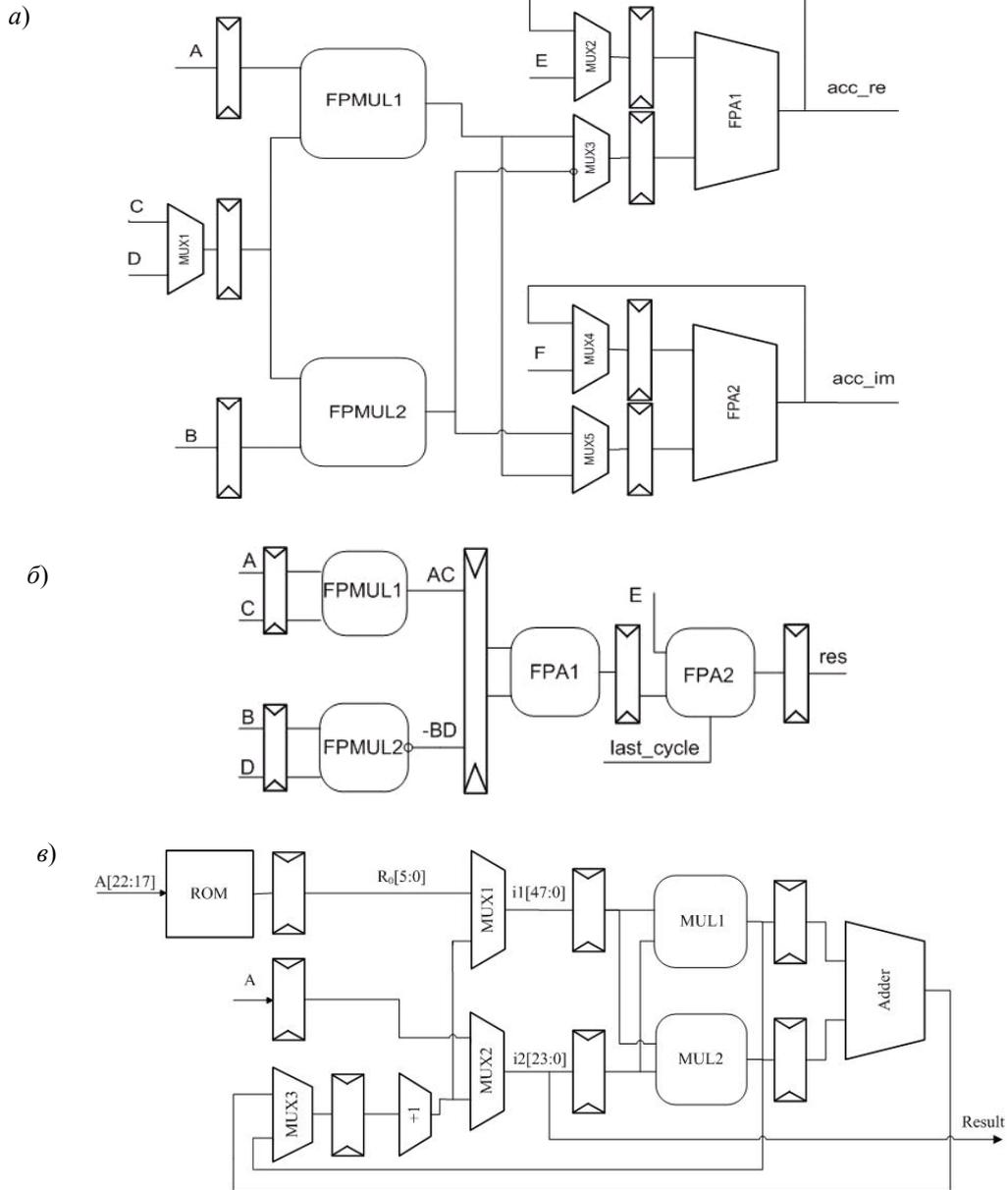


Рис. 2

Сначала коммутатор MUX1 пропускает коэффициент C во входной регистр. Узел умножения чисел с плавающей запятой FPMUL1 вычисляет произведение AC , а узел FPMUL2 — BC . AC проходит через MUX3 на вход узла сложения чисел с плавающей запятой FPA1, на второй вход которого через коммутатор MUX2 проходит E . BC через MUX5 попадает на вход FPA2, где складывается с F .

Затем через MUX1 в узлы умножения проходит D , в FPMUL1 вычисляется произведение AD , в FPMUL2 — BD . AD через MUX5 попадает в FPA2, где складывается с $BC + F$, которое через MUX4 подается с выхода асс_ге. BD через MUX3 попадает в FPA1, где вычитается из $AC + E$, которое через MUX2 подается с выхода асс_им. В режиме накопления через внешние коммутаторы на входы E и F подается ранее вычисленный комплексный результат.

Таким образом, на выходе асс_ге имеем $AC - BD + E$, на асс_им — $AD + BC + F$. Время выполнения операции MAC 14 тактов, новые операнды на вход MAC можно подавать каждые 8 тактов.

— Узел комплексного умножения с накоплением MACR.

На вход узла MACR (см. рис. 2, б) поступают два комплексных числа $A + Bi$ и $C + Di$ и действительное число E . Результат является положительным числом с плавающей запятой $res = AC - BD + E$. Мантиссы чисел A и B содержат 24 разряда, а C и D — 11 разрядов.

MACR состоит из двух узлов умножения чисел с плавающей запятой FPMUL1 и FPMUL2 и двух узлов сложения чисел с плавающей запятой FPA1 и FPA2. Для повышения точности разность двух полных 35-разрядных произведений $AC - BD$ округляется до 35 разрядов к ближайшему. К полученному значению прибавляется E , и сумма округляется до 35 разрядов. Когда сигнал $last_cycle = 1$, происходит округление до 24 разрядов, т.е. большего из форматов исходных чисел.

Время выполнения операции MACR 12 тактов, новые операнды на вход MACR можно подавать каждые 4 такта.

— Узел вычисления обратной величины Resipr.

Узел использует алгоритм Ньютона — Рафсона [3], итерации проводятся по формуле:

$$R_m = R_{m-1}(2 - MR_{m-1}),$$

где R_{m-1} — предыдущее приближение для матрицы, M — мантисса числа, обратная величина которого вычисляется.

В качестве нулевого приближения R_0 используется значение из таблицы, хранящейся в памяти ROM (см. рис. 2, в), которое выбирается по шести старшим разрядам дробной части мантиссы числа, подающегося на вход узла.

Коммутатор MUX1 пропускает множимое R_0 , MUX2 пропускает M , в умножителе MUL1 в следующем такте вычисляется произведение $R_0M[23:0]$. Разность $2 - MR_0$ вычисляется как дополнительный код произведения MR_0 .

Второе умножение первой итерации выполняется сразу на двух умножителях MUL1 и MUL2, два произведения складываются в сумматоре Adder. Произведение $R_0(2 - MR_0)$ округляется до 24 разрядов с помощью инкрементора. Таким образом, в результате первой итерации получается новое приближение мантиссы результата R_1 .

Последующие итерации выполняются аналогичным образом. Устройство выдает результат через 19 тактов после прихода операнда.

Структура вычислительного устройства. На рис. 3, а приведена структурная схема специализированного вычислительного устройства.

Основной объем вычислений происходит в блоке из 64 узлов MAC1—MAC64, каждый из которых вычисляет $AC - BD + E + (AD + BC + F)i$. Такой подход позволяет быстро выполнять действия с матрицами, предусмотренные табл. 1.

Блок MAC совершает вычисления одновременно над всеми компонентами одного столбца матрицы R^{-1}_n , что обуславливает оптимальную организацию памяти для хранения матрицы R^{-1}_n . Это память с глубиной 64 (количество столбцов) и разрядностью шины данных $64 \times 2 \times 32$.

В состав устройства также входят: узел преобразования целого числа в вещественное C2F, узел MACR, узел вычисления обратной величины, узел управления Control Unit и др.

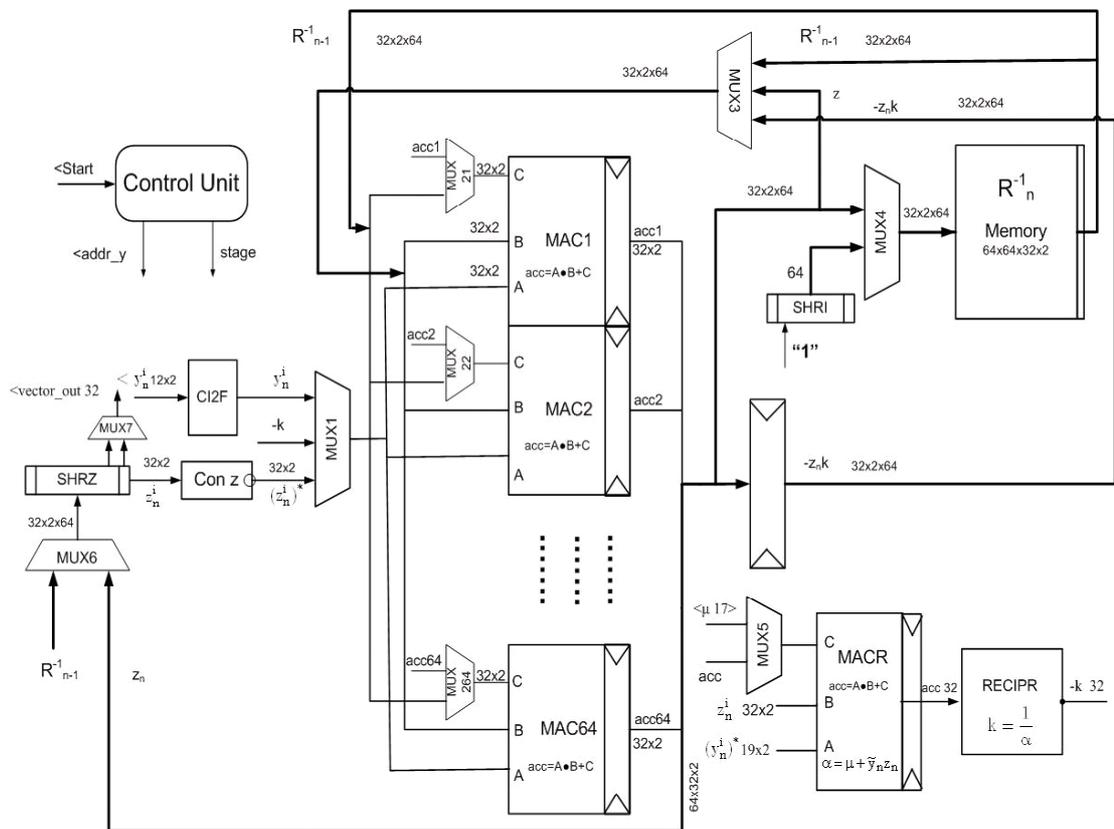
Интерфейс вычислительного устройства. Входной сигнал Start запускает работу устройства, параметр μ определяет возможность различать близко находящиеся цели, от него зависит точность вычислений, вектор y_n получают аналого-цифровым преобразованием сигнала с фазированной антенной решетки.

Адрес $addr_u$ используется для чтения компоненты вектора y_n из внешней памяти, младшие 6 разрядов определяют номер компоненты, старшие 7 разрядов определяют номер вектора. В памяти хранятся 128 векторов выборки.

32-разрядный выход $vector_out$ попеременно выдает коэффициент действительной и мнимой частей элемента матрицы, через него во внешнюю память для дальнейшей обработки передается вычисленная матрица.

Описание работы вычислителя. Вычисления начинаются с подачи сигнала Start, который вырабатывается один раз для обсчета всех 128 векторов y_n выборки. По сигналу Start обнуляются счетчики узла управления, и устройство начинает работать в соответствии с временной диаграммой (см. рис. 3, б).

а)



б)



Рис. 3

— Фаза *Load_I* (начальная загрузка).

В память обратной матрицы R^{-1}_n записывается вещественная единичная матрица I , для этого на соответствующий вход коммутатора MUX4 подаются нуль (коэффициент мнимой части), вещественная единица (коэффициент действительной части). В течение 64 тактов прописываются все 64 столбца памяти. В первом столбце вещественная единица записывается в первый (верхний) элемент, во втором столбце — во второй элемент и так далее. Для этого в сдвиговом регистре SHRI каждый такт на один разряд сдвигается единица, указывающая на нужный элемент столбца.

— Фаза *MAC1* (вычисление вектора z_n).

Длительность фазы 64 цикла работы MAC. Коммутатор MUX1 пропускает компоненту y_n , которая поступает в MAC1—MAC64 на вход множителя, MUX2 при подаче нулевой компоненты вектора y_n пропускает нуль, затем результат с выхода MAC (асс), MUX3 — столбец из памяти матрицы R^{-1}_n . В каждом цикле работы MAC1 меняются разряды адреса чтения y_n $addr_y[5:0]$.

За 64 цикла работы блок MAC вырабатывает 64 компоненты вектора z_n , которые параллельно поступают в сдвиговый регистр SHRZ, где преобразуются в последовательный код во время фазы MACR.

— Фаза *MACR* (вычисление знаменателя α). Длительность фазы 64 цикла работы MACR.

На вход множителя поступает 19 разрядов компоненты вектора y_n^i (знак, 7 разрядов порядка, 11 старших разрядов мантииссы) с выхода преобразователя целого в вещественное C12F, на вход множимого поступает компонента z_n из сдвигового регистра SHRZ. Через MUX5 на вход слагаемого в начальный момент времени поступает константа μ с входа специализированного вычислителя, затем через этот коммутатор проходит результат предыдущей операции MACR (асс).

В каждом цикле работы MACR изменяются младшие 6 разрядов адреса чтения y_n и происходит сдвиг на одну компоненту в регистре SHRZ. В конце фазы на выходном регистре определяется величина α , которая используется в фазе *Recipr*.

— Фаза *Recipr* (вычисление обратной величины). За три итерации вычисляется величина k , длительность фазы 19 тактов.

— Фаза *MAC2* (вычисление произведения $-kz_n$). Длительность фазы 1 цикл работы MAC.

С выхода узла *Recipr* через MUX1 на вход множителя MAC1—MAC64 поступает значение $-k$. На вход множимого через MUX3 поступают компоненты вектора z_n , на вход слагаемого через MUX2 подается нуль. Произведение записывается в регистр RgZK.

— Фаза *MAC3* (вычисление нового значения матрицы R^{-1}_n). Длительность фазы 64 цикла работы MAC.

Через MUX1 в блок MAC1—MAC64 на вход множителя поступает компонента вектора z_n , она получается в узле комплексного сопряжения ConZ. На входы множимого MAC1—MAC64 через MUX3 поступают компоненты вектора $-z_n k$. На вход слагаемого MAC1—MAC64 через MUX2 из памяти матриц поступает столбец предыдущего приближения матрицы R^{-1}_{n-1} . На выходе MAC1—MAC64 получается новое значение столбца матрицы, которое записывается в память матрицы через MUX4.

Каждый цикл работы MAC в память матрицы записывается новое значение столбца, в сдвиговом регистре SHRZ происходит сдвиг на одну компоненту вектора z_n (таким образом, в младших 64 разрядах регистра оказывается следующая компонента вектора z_n), из памяти считывается новый столбец. За 64 цикла работы MAC в память записывается новое значение матрицы.

По завершении фазы MAC3 значение старших семи разрядов адреса чтения компоненты вектора y_n $addr_y[12:6]$ увеличивается на единицу.

— Фаза *Upload* (передача матрицы R^{-1} во внешнюю память по окончании обработки выборки векторов). Передача всей матрицы занимает 8192 такта.

Из памяти считывается столбец, через MUX6 он записывается в сдвиговый регистр SHRZ, где один раз в 2 такта происходит сдвиг вправо на одну компоненту. С младших 64 разрядов регистра SHRZ через MUX7 каждый такт считывается половина элемента матрицы: в первом такте 32 разряда мнимой части, во втором такте — 32 разряда действительной части. Эти действия повторяются 64 раза по числу столбцов матрицы R^{-1} . По окончании фазы устройство ожидает нового сигнала Start.

Фазы Load_I и Upload выполняются один раз за время обработки выборки векторов u_n , остальные фазы повторяются 128 раз.

Верификация и создание прототипа вычислительного устройства. Все узлы вычислительного устройства прошли верификацию в автономном режиме на случайных направленных тестах. Одинаковые воздействия подавались на RTL-модель узла на языке Verilog и на функциональную модель этого узла, написанную на языке C++, затем реакции обеих моделей сравнивались.

Функциональная модель не описывает всех подробностей алгоритмов обработки чисел с плавающей запятой, используемых в узле, а опирается на операции, выполняемые микропроцессором Pentium 4, что упростило создание функциональной модели и ускорило ее отладку и работу.

После автономной верификации узлы собирались в устройство, которое также верифицировалось на случайных направленных тестах. Устройство синтезировано на ПЛИС типа Virtex-5 xc5v1x330 [4]. Прототип устройства занимает 54 % ресурсов кристалла, рабочая частота 200 МГц. Вычисление матрицы для одной выборки занимает менее 10^{-3} с, производительность — ~6,5 млрд. операций с плавающей запятой в секунду.

Заключение. В работе описано вычислительное устройство с параллельной архитектурой для аппаратной реализации алгоритма рекурсивного вычисления комплексной матрицы 64×64 . Проанализирована и преобразована исходная формула, разработаны функциональные модели, проведено исследование точности вычислений, предложен способ представления информации, облегчающий проектирование, разработаны и верифицированы узлы устройства, разработана структура специализированного вычислительного устройства, проведена отладка устройства, синтезирован прототип.

Производительность устройства и точность вычислений удовлетворяют требованиям.

Повышение точности вычислений улучшает возможность различать близко расположенные цели, для этого можно увеличить разрядность мантиссы используемого формата и уменьшить количество округлений при вычислениях за счет использования метода MAF (Multiply Add Fused).

Производительность устройства можно увеличить за счет полной конвейеризации узлов, использования более быстрых алгоритмов умножения и вычисления обратной величины и использования нескольких узлов MACR.

Реализация этих возможностей наряду с использованием заказной интегральной схемы позволяет увеличить производительность в 5—10 раз по сравнению с прототипом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черемисин О. П. Адаптивные алгоритмы обработки сигналов в многоканальных приемных системах с антенными решетками // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51, № 9. С. 1087—1098.
2. IEEE Standard for Binary Floating-Point Arithmetic. ANSI/IEEE Standard N 754. American National Standards Institute. Washington, DC, 1985.
3. Ercegovac M., Lang T. Digital Arithmetic. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2004.
4. [Electronic resource]: <<http://www.xilinx.com/support/documentation/virtex-5.htm>>.

Сведения об авторах

Анатолий Иванович Грушин

— канд. техн. наук; Институт точной механики и вычислительной техники РАН, Москва; вед. научный сотрудник;
E-mail: aigrushin@ipmce.ru

Максим Леонидович Ремизов

— Институт точной механики и вычислительной техники РАН, Москва; инженер-конструктор; E-mail: mlremizov@ipmce.ru

- Артём Вадимович Ростовцев** — Институт точной механики и вычислительной техники РАН, Москва; инженер-конструктор; E-mail: avrostovtsev@ipmce.ru
- Дмитрий Дмитриевич Николаев** — студент; Московский физико-технический институт (государственный университет), факультет радиотехники и кибернетики; E-mail: ddnikolaev@ipmce.ru
- Куанг Киен Чинь** — студент; Московский физико-технический институт (государственный университет); факультет радиотехники и кибернетики; E-mail: kkchin@ipmce.ru

Рекомендована кафедрой
ЭВМ МФТИ

Поступила в редакцию
03.10.08 г.

УДК 004.021

О. В. КАЗАРИН, В. Ю. СКИБА

ПРИМЕНЕНИЕ САМОКОРРЕКТИРУЮЩИХСЯ СРЕД ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОАКТИВНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

Для создания проактивно безопасных компьютерных систем предлагается применять алгоритмический инструментарий, использующий методологию само-тестирующихся и самокорректирующихся программ. Данный подход наряду с использованием самокорректирующихся схем может применяться при создании проактивно безопасных компьютерных систем.

Ключевые слова: проактивная безопасность, самотестирующаяся и самокорректирующаяся программы, вероятностная оракульная программа, свойство случайной самосводимости, устойчивость, тесты линейной и единичной состоятельности.

Введение. Проактивная безопасность — это органичное структурное свойство компьютерной системы (КС), которое позволяет ей защищать свои информационные ресурсы и сохранять их функциональность как на этапе разработки, так и на этапе эксплуатации КС.

В настоящей работе предлагается применять для создания проактивно безопасных КС алгоритмический инструментарий, использующий методы самотестирования и самокоррекции программ [1—3], который наряду с самокорректирующимися схемами (см., например, определения из работ [4, 5]), может стать одним из базовых элементов для создания таких КС.

Основные положения методологии создания самотестирующихся и самокорректирующихся программ. Пусть необходимо написать программу P для вычисления функции f так, чтобы $P(x)=f(x)$ для всех значений x . Традиционные методы верификационного анализа и тестирования программ не позволяют убедиться с вероятностью, близкой к единице, в корректности результата выполнения программы, в частности, потому что тестовый набор входных данных, как правило, не перекрывает весь их возможный спектр. Один из методов решения данной проблемы заключается в создании так называемых самокорректирующихся и самотестирующихся программ [6—9].

Чтобы добиться корректного результата выполнения программы P , необходимо написать такую программу T_f , которая позволяла бы оценить вероятность того, что $P(x)\neq f(x)$ для любых x , т.е. *вероятность ошибки* выполнения программы P . При этом T_f может обращаться к P как к своей подпрограмме.

Обязательное условие функционирования программы T_f следующее: ее время выполнения, не учитывающее времени вызовов программы P , должно быть значительно меньше, чем время выполнения любой корректной программы для вычисления f . Самотестирование про-

граммы P должно лишь незначительно увеличивать время ее выполнения. Кроме того, желательно, чтобы длина кода программы T_f составляла константный мультипликативный фактор от длины кода программы [1].

Пусть π — некоторая вычислительная задача и(или) задача поиска решения. Для x , рассматриваемого в качестве входа задачи, пусть $\pi(x)$ обозначает результат решения задачи π . Пусть P — программа (предположительно предназначенная) для решения задачи π , которая останавливается (например, не имеет заикливания) на всех входах задачи π . Будем говорить, что P имеет дефект, если для некоторого входа x задачи π имеет место $P(x) \neq \pi(x)$.

Определим (эффективный) программный чекер C_π для задачи π ; $C_\pi^P(I, k)$ является произвольной вероятностной машиной Тьюринга, удовлетворяющей следующим условиям. Для любой программы P (предположительно решающей задачу π), выполняемой на всех входах задачи π , для любого элемента I задачи π и для любого положительного k (параметра безопасности) имеет место:

— если программа P не имеет дефектов, т.е. $P(x) = \pi(x)$ для всех входов x , тогда $C_\pi^P(I, k)$ выдаст ответ „норма“ с вероятностью не менее $1 - 1/2^k$;

— если программа P имеет дефекты, т.е. $P(x) \neq \pi(x)$ для всех входов x , тогда $C_\pi^P(I, k)$ выдаст ответ „сбой“ с вероятностью не менее $1 - 1/2^k$.

Самокорректирующаяся программа — это вероятностная программа C_f , которая помогает программе P скорректировать саму себя, если только последняя выдает корректный результат с низкой вероятностью ошибки, т.е. для любого x программа C_f вызывает программу P для корректного вычисления $f(x)$, в то время как собственно сама P обладает низкой вероятностью ошибки.

Самотестирующейся / самокорректирующейся программной парой называется пара программ вида (T_f, C_f) . Предположим, что пользователь может взять любую программу P , которая целенаправленно вычисляет f и тестирует саму себя при помощи программы T_f . Если P проходит такие тесты, тогда по любому x пользователь может вызвать программу C_f , которая, в свою очередь, вызывает P для корректного вычисления $f(x)$. Даже если программа P некорректна для некоторых входных значений, ее в данном случае все равно можно уверенно использовать для корректного вычисления $f(x)$ для любого значения x .

Кроме того, если удастся написать программу P' для вычисления f , тогда некоторая пара (T_f, C_f) может использоваться для самотестирования и самокоррекции P' без какой-либо ее модификации.

Вероятностная программа M является вероятностной оракульной, если она может вызывать другую программу, которая является исполнимой во время выполнения M (M^A означает, что M может делать вызовы программы A).

Пусть программа P предположительно вычисляет функцию f ; I является объединением подмножеств I_n , где $n \in \mathbb{N}$, $D^p = \{D_n | n \in \mathbb{N}\}$ есть множество распределений вероятности D_n над I_n . Далее, пусть $err(P, f, D_n)$ — это вероятность того, что $P(x) \neq f(x)$, где x выбрано случайным образом в соответствии с распределением D_n из подмножества I_n . Пусть β есть некоторый параметр безопасности. Тогда $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -самотестирующейся программой для функции f в отношении D^p с параметрами $0 \leq \varepsilon_1 < \varepsilon_2 \leq 1$ называется вероятностная оракульная программа T_f , которая для параметра безопасности β и любой программы P на входе n имеет следующие свойства:

— если $err(P, f, D_n) \leq \varepsilon_1$, тогда программа T_f^P выдаст на выходе ответ „норма“ с вероятностью не менее $1 - \beta$;

— если $err(P, f, D_n) \geq \varepsilon_2$, тогда программа T_f^P выдаст на выходе „сбой“ с вероятностью не менее $1 - \beta$.

Оракульная программа C_f с параметром $0 \leq \varepsilon < 1$ называется ε -самокорректирующейся программой для функции f в отношении множества распределений D^p , которая имеет

следующее свойство по входу n , $x \in I_n$ и β . Если $err(P_f, D_n) \leq \varepsilon$, тогда $C_f^P = f(x)$ с вероятностью не менее $1 - \beta$.

$(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon)$ -самотестирующей / самокорректирующей программной парой для функции f называется пара вероятностных программ (T_f, C_f) такая, что существуют константы $0 \leq \varepsilon_1 < \varepsilon_2 \leq \varepsilon < 1$ и множество распределений D^p , при которых T_f есть $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -самотестирующая программа для функции f в отношении D^p , а C_f есть ε -самокорректирующаяся программа для функции f в отношении распределения D^p .

Свойство случайной самосводимости. Пусть $x \in I_n$ и пусть $c > 1$ есть целое число. Свойство случайной самосводимости заключается в том, что существует алгоритм A_1 , работающий в течение времени, пропорционального $n^{O(1)}$ [1], посредством которого функция $f(x)$ может быть выражена через вычислимую функцию F от x, a_1, \dots, a_c и $f(a_1), \dots, f(a_c)$ и алгоритм A_2 , работающий в течение времени, пропорционального $n^{O(1)}$, посредством которого по данному значению x можно вычислить a_1, \dots, a_c , где каждое a_i является случайно распределенным над I_n в соответствии с D^p .

Пусть свойство I может быть выражено уравнением $I(x_1, \dots, x_k) = 0$, где кортеж $\langle x_1, \dots, x_k \rangle$ выбирается с распределением E из пространства D^k . Пара (I, E) характеризует семейство функций F , где $f \in F$ тогда и только тогда, когда для всех $\langle x_1, \dots, x_k \rangle$ с ненулевой выборкой элементов кортежа из E , $I^f(x_1, \dots, x_k) = 0$. Основным способом самотестирования является идентификация свойства устойчивости для семейства функций F . Неформально (D, D') -устойчивость пары (I, E) для семейства функций G означает следующее: если для программы $P \in G$ свойство $I^P(x_1, \dots, x_k) = 0$ удовлетворяется с высокой вероятностью, когда $\langle x_1, \dots, x_k \rangle$ выбран с распределением E из D^k , существует функция $g \in F \cap G$, которая согласуется с P на большей части входов из D' .

Рассмотрим некоторое свойство линейности (I, E) , где $I^f(x_1, x_2, x_3)$ тождественно $f(x_1) + f(x_2) = f(x_3)$ и свойство E означает $(x_1 \in {}_R Z_p, x_2 \in {}_R Z_p, x_1 + x_2)$. Пара (I, E) характеризует $F = \{f(x) = cx \mid c \in Z_p\}$ — множество всех линейных функций над Z_p . В этом примере G — тривиальное множество всех функций и пара (I, E) устойчива для G .

Было установлено, что программа P удовлетворяет свойству устойчивости, далее можно переходить к тестированию программы на линейную и единичную состоятельность.

Прикладные результаты. *Метод верификации расчетных программ на основе ST-пары функций.* В качестве расчетной рассматривается любая программа, позволяющая получить значение некоторой вычислимой функции. Под верификацией расчетной программы понимается процесс доказательства того, что применение программы позволит получать на некотором входе истинные значения исследуемой функции.

В данном случае предлагается метод создания самотестирующихся программ для верификации расчетных программных модулей [1]. Предлагаемый метод можно использовать для программ, вычисляющих функции особого вида, а именно обладающих свойством случайной самосводимости.

Пусть для функции $Y = f(X)$ существует пара функций $(g_c, h_c)^Y$ таких, что:

$$\begin{aligned} Y &= g_c(f(\alpha_1), \dots, f(\alpha_c)), \\ X &= h_c(\alpha_1, \dots, \alpha_c). \end{aligned}$$

Легко увидеть, что если значения α_i выбраны из I_n в соответствии с распределением D^p , тогда пара функций $(g_c, h_c)^Y$ обеспечивает выполнение для функции $Y = f(X)$ свойства случайной самосводимости. Пару функций $(g_c, h_c)^Y$ будем называть *ST-парой функций* для функции $Y = f(X)$.

Предположим, что на *ST*-пару функций можно наложить некоторую совокупность ограничений на сложность программной реализации и время выполнения. В этом случае пусть

длина кода программ, реализующих функции g_c и h_c , и время их выполнения составляет константный мультипликативный фактор от длины кода и времени выполнения программы P .

Предлагаемый метод верификации расчетной программы P на основе ST -пары функций для некоторого входного значения вектора X^* заключается в выполнении следующего алгоритма. (Всюду далее, если осуществляется случайный выбор значений, этот выбор выполняется в соответствии с распределением вероятностей D^p .)

1. Определить множество $A^* = \{\alpha_1^*, \dots, \alpha_c^*\}$ такое, что $X^* = h_c(\alpha_1^*, \dots, \alpha_c^*)$, где $\alpha_1^*, \dots, \alpha_c^*$ выбраны случайным образом из входного подмножества I_n .
2. Вызвать программу P для вычисления значения $Y_0^* = f(X^*)$.
3. Вызвать c раз программу P для вычисления множества значений $\{f(\alpha_1^*), \dots, f(\alpha_c^*)\}$.
4. Определить значения $Y_1^* = g_c(f(\alpha_1^*), \dots, f(\alpha_c^*))$.
5. Если $Y_0^* = Y_1^*$, то принимается решение, что программа P корректна на множестве значений входных параметров $\{X^*, \alpha_1^*, \dots, \alpha_c^*\}$, в противном случае данная программа является некорректной.

Таким образом, данный метод не требует вычисления эталонных значений и за одну итерацию позволяет верифицировать корректность программы P на $(n+1)$ значении входных параметров. При этом время верификации можно оценить как

$$T = \sum_{i=1}^c t_i + t_x + t_g + t_{h^{-1}} < T_P(X)(1 + c + K_{gh}(X, c)),$$

где t_i и t_x — время выполнения программы P при входных значениях α_i , $i = 1, \dots, c$ и X^* соответственно; t_g и $t_{h^{-1}}$ — время определения значения функции g_c и множества A^* соответственно; $T_P(X)$ — временная (не асимптотическая) сложность выполнения программы P ; $K_{gh}(X, c)$ — коэффициент временной сложности программной реализации функции g_c и определения A^* по отношению ко временной сложности программы P (предположительно, он составляет константный мультипликативный фактор от $T_P(X)$, а его значение меньше единицы).

Для традиционного метода тестирования время выполнения и сравнения полученного результата с эталонным значением составляет:

$$T_0 = \sum_{i=1}^c t_i + t_x + \sum_{i=1}^c t_i^e + t_x^e > 2T_P(X)(1 + c),$$

где t_i^e и t_x^e — время определения эталонных значений функции $Y = f(X)$ при значениях α_i и X^* соответственно (в общем случае не может быть меньше времени выполнения программы).

Следовательно, относительный выигрыш в оперативности предложенного метода верификации (по отношению к методу тестирования программ на основе ее эталонных значений):

$$\Delta T = \frac{T}{T_0} = \frac{\sum_{i=1}^c t_i + t_x + t_g + t_{h^{-1}}}{\sum_{i=1}^c t_i + t_x + \sum_{i=1}^c t_i^e + t_x^e} < \frac{1 + c + K_{gh}}{2(1 + c)} = \frac{1}{2} + \frac{K_{gh}}{2(1 + c)}.$$

Так как $K_{gh} < 1$, а $c \geq 2$, то получаем относительный выигрыш в оперативности испытания расчетных программ указанного типа (обладающих свойством случайной самосводимости) более чем в 1,5 раза.

Исследования процесса верификации расчетных программ. В качестве примера работоспособности предложенного метода рассмотрим верификацию программы вычисления функции дискретного возведения в степень:

$$y = f_{AM}(x) = A^x \bmod M.$$

Для экспериментальных исследований была выбрана программа EXP из библиотеки базовых криптографических функций CRYPTOOLS [10], реализующая функцию дискретного возведения в степень. Исследования состояли из определения временных характеристик процесса верификации на основе использования *ST*-пары функций и определения возможности обнаружения преднамеренно внесенных программных ошибок.

Для этого были определены следующие *ST*-пары функций:

$$g_2(\alpha_1, \alpha_2) = [f_{AM}(\alpha_1) f_{AM}(1)] \pmod{M} \text{ и } h_2(\alpha_1, \alpha_2) = \alpha_1 + 1;$$

$$g_3^1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = [f_{AM}(\alpha_1) f_{AM}(\alpha_2) f_{AM}(\alpha_3)] \pmod{M} \text{ и } h_3^1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i;$$

$$g_3^2(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = [f_{f_{AM}(\alpha_1)}(\alpha_2) f_{AM}(\alpha_3)] \pmod{M} \text{ и } h_3^2(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_3;$$

В процессе исследований изменялась используемая *ST*-пара функций и варьировалась размерность параметров A , M и аргумента X . Результаты экспериментов полностью подтвердили приведенные выше временные зависимости.

Исследование возможности обнаружения с помощью предложенного метода преднамеренно внесенных изменений заключалось в написании программы EXPZ. Спецификация для программ EXP и EXPZ одинакова, различие заключается в том, что программа EXPZ содержит программную закладку деструктивного характера.

Все входные значения, на которых произошел сбой программы, были обнаружены, что в дальнейшем подтвердилось с помощью проверочных тестов, основанных на использовании малой теоремы Ферма и теоремы Эйлера.

Таким образом, предложенный метод позволяет значительно сократить время испытания расчетных программ на предмет выявления непреднамеренных и преднамеренных программных дефектов. При этом по результатам испытаний можно получить экспериментальные оценки вероятности наличия программных дефектов в верифицируемой расчетной программе.

Заключение. Таким образом, можно констатировать, что проактивно безопасные КС привлекательны для пользователей КС, которые, по большому счету, могут даже „не заботиться“ о безопасности своих информационных и функциональных ресурсов. В настоящей работе предлагается лишь один из потенциально мощных инструментов для создания таких систем — самокорректирующиеся программно-аппаратные программы. К тому же, как видно из настоящей работы и работ [2, 3], самокорректирующиеся программы уже сегодня имеют самую широкую прикладную область применения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Казарин О. В., Скиба В. Ю. Об одном методе верификации расчетных программ // Безопасность информационных технологий. 1997. № 3. С. 40—43.
2. Казарин О. В. Безопасность программного обеспечения компьютерных систем. М.: МГУЛ, 2003. 212 с.
3. Казарин О. В. Проактивная безопасность вычислительных систем // Математика и безопасность информационных технологий. Мат. конф. МаБИТ-04. М.: МЦНМО, 2005. С. 306—320.
4. Редькин Н. П. Асимптотически минимальные самокорректирующиеся схемы для одной последовательности булевых функций // Дискретный анализ операций. Сер. 1. 1996. Т. 3, № 2. С. 62—79.

5. Редькин Н. П. О самокорректирующихся схемах и о тестах для инверсных неисправностей элементов // Мат. VIII Междунар. симп. „Дискретная математика и ее приложения“. М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 2004. С. 4—8.
6. Blum M., Kannan S. Designing programs that check their work // Proc. 21st ACM Symp. on Theory of Computing. STOC'89. 1989. P. 86—97.
7. Blum M., Luby M., Rubinfeld R. Self-testing / correcting with applications to numerical problems // Proc. 22nd ACM Symp. on Theory of Computing. STOC'90. 1990. P. 73—83.
8. Gemmel P., Lipton R., Rubinfeld R., Sudan M., Wigderson A. Self-testing / correcting for polynomials and for approximate functions // Proc. 23rd ACM Symp. on Theory of Computing. STOC'91. 1991. P. 32—42.
9. Kumar R. S., Sivakumar D. Efficient self-testing/self-correcting of linear recurrences // Proc. 37th IEEE Symp. on Foundations of Computer Sci. FOCS'96. 1996. P. 602—611.
10. Егоркин И. В., Казарин О. В., Скиба В. Ю., Терентьев О. В., Ухлинов Л. М. Библиотека базовых криптографических функций (Cryptools 1.0). Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 940518. РосАПО, 1994.

Сведения об авторах

Олег Викторович Казарин

— канд. техн. наук; Институт проблем информационной безопасности МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва; вед. научный сотрудник;
E-mail: okaz2005@yandex.ru, okazarin@iisi.msu.ru

Владимир Юрьевич Скиба

— канд. техн. наук; Федеральная таможенная служба, Москва; начальник отдела информационной безопасности; E-mail: skiba@gnivc.customs.ru

Рекомендована институтом

Поступила в редакцию
09.12.08 г.

ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 621.317.733: 621.314.33

Г. И. ПЕРЕДЕЛЬСКИЙ, В. И. ИВАНОВ

МОСТОВАЯ ЦЕПЬ С РАСШИРЕННЫМИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ

Рассмотрена четырехплечая мостовая электрическая цепь с импульсным питанием, которая без изменения конфигурации может быть использована для определения параметров существенно расширенного по сравнению с известными мостами количества многоэлементных $R-C$, $R-L$ и $R-L-C$ -двухполюсников. Для получения расширенных функциональных возможностей в ветвь с уравнивающими элементами вместо одиночного резистора плеча отношения предложено ввести многоэлементный двухполюсник, эквивалентный двухполюснику с уравнивающими элементами.

Ключевые слова: мостовая цепь, многоэлементный двухполюсник, уравнивающие элементы.

Мостовые цепи (МЦ) находят применение в контрольно-измерительной технике, в автоматике и системах управления. Они используются для определения параметров объектов контроля, измерения или исследования (далее — ОКИ), имеющих многоэлементную схему замещения [1, 2]. Традиционно четырехплечая мостовая цепь содержит две параллельно включенные ветви. Смежные плечи отношения в обеих ветвях представлены одиночными резисторами, последовательно с которыми включены многоэлементные двухполюсники (МД). В первой ветви МД содержит регулируемые уравнивающие элементы, а во второй является объектом измерения. Для обеспечения отдельного уравнивания при импульсном питании [3] двухполюсники плеч сравнения должны быть эквивалентными друг другу, а двухполюсник с уравнивающими элементами должен соответствовать одной из известных структур [4].

Недостатком МЦ является их узкая „специализация“: каждый конкретный мост может быть использован для определения параметров некоторого числа вариантов двухполюсников. Если, например, четырехплечая МЦ позволяет определять параметры резистивно-емкостных ($R-C$) многоэлементных двухполюсников, то при необходимости находить параметры резистивно-индуктивных ($R-L$) двухполюсников приходится изменять конфигурацию МЦ, т.е. переходить на другой вариант моста. Этого же требует переход и к двухполюсникам с различными реактивными элементами ($R-L-C$ -двухполюсникам), а также переход от одних вариантов двухполюсников к другим, не эквивалентным первым [3]. С увеличением числа элементов быстро возрастает количество частных вариантов схем двухполюсников. Так, для двухполюсников, содержащих резистивные сопротивления, число вариантов трехэлементных двухполюсников равно 16, четырехэлементных — 78 [3], а пятиэлементных — уже сотни.

Поэтому существует потребность в получении более универсальных МЦ, позволяющих определять параметры возможно большего количества вариантов двухполюсников ОКИ.

Электрические мосты, позволяющие определять параметры многоэлементных $R-C$, $R-L$ и $R-L-C$ -двухполюсников, отнесем к МЦ с расширенными функциональными возможностями.

Использование переключателей и дополнительных соединительных проводников позволяет при переходе от двухполюсников ОКИ одного вида к другим соответственно изменять вариант построения МЦ и, по сути, переходить к другим вариантам мостов, при этом число переключателей и дополнительных проводников может оказаться большим. Это увеличит взаимное влияние цепей, повысит воздействие помех и наводок, кроме того, отрицательное влияние окажут паразитные емкости и индуктивности дополнительных проводников, паразитные параметры цепей коммутации, в частности, прямое и обратное сопротивление ключей, а также временная и температурная нестабильность перечисленных параметров.

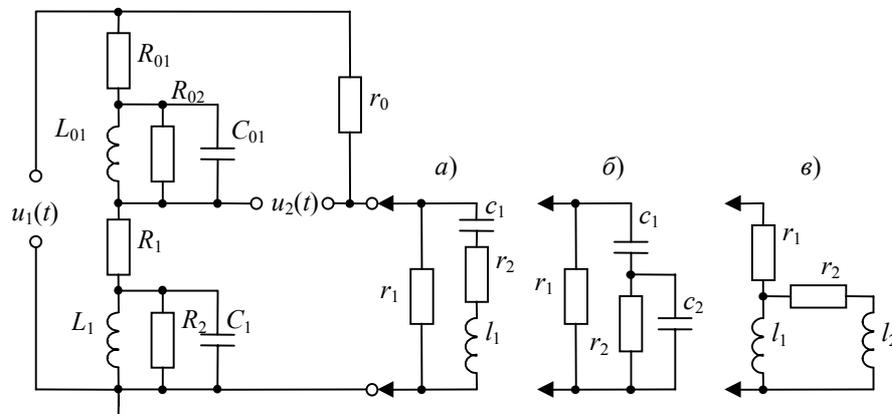
Другой путь расширения функциональных возможностей связан с поиском способа построения МЦ без использования переключателей и дополнительных проводников, чтобы при подключении к одним и тем же выводам моста объектов с различными вариантами их двухполюсных схем замещения конфигурация МЦ оставалась неизменной. Возможность реализации второго пути не очевидна.

В настоящей статье рассмотрена МЦ с расширенными функциональными возможностями, не требующая использования в них переключателей и дополнительных проводников.

Для расширения функциональных возможностей МЦ в ветвь с уравнивающими элементами вместо одиночного резистора следует ввести многоэлементный двухполюсник, эквивалентный двухполюснику с уравнивающими элементами. Построение ветви с двухполюсником ОКИ остается неизменным. Теперь к МЦ можно подключать многоэлементные $R-C$, $R-L$ и $R-L-C$ -двухполюсники и определять их параметры.

В общем случае результаты анализа многоэлементных электрических цепей имеют вид громоздких математических соотношений, исследование МЦ с расширенными функциональными возможностями показало, что соотношения получаются существенно менее громоздкими, если в ветвь с уравнивающими элементами ввести вместо резистора двухполюсник, аналогичный двухполюснику с уравнивающими элементами.

На рисунке приведена в качестве примера конкретная мостовая цепь с расширенными функциональными возможностями, в которой двухполюсник $R_{01}-L_{01}-R_{02}-C_{01}$ включен вместо одиночного резистора плеча отношения; $R_1-L_1-R_2-C_1$ — двухполюсник с уравнивающими элементами, r_0 — одиночный резистор оставшегося плеча отношения. Двухполюсники левой ветви моста одинаковы и соответствуют одной из структур в работе [4]. К МЦ (см. рисунок) подключаются многоэлементные двухполюсники $R-L-C$ (а), $R-C$ (б) и $R-L$ (в) ОКИ.



На МЦ воздействуют импульсы, изменяющиеся по закону степенных функций

$$u_1(t) = \frac{U_m t^k}{t_n^k}, \quad (1)$$

где U_m — амплитуда импульсов, t_n — их длительность, t — текущее время, k принимает значения 0, 1, 2, ... Пусть передаточная функция МЦ n -го порядка (в данном примере $n = 6$) имеет вид

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{D_0 + D_1 p + D_2 p^2 + \dots + D_n p^n}{d_0 + d_1 p + d_2 p^2 + \dots + d_n p^n}, \quad (2)$$

где D_i, d_i — обобщенные величины, определяемые параметрами элементов МЦ.

Выходное напряжение $u_2(t)$ (напряжение неравновесия) мостовой цепи после окончания переходного процесса описывается выражениями, приведенными в таблице.

k	$u_1(t)$	$U_1(p)$	$u_2(t)$ по окончании переходного процесса
1	U_m	$\frac{U_m}{p}$	$U_m K_0$
2	$\frac{U_m t}{t_n}$	$\frac{U_m}{t_n p^2}$	$\frac{U_m}{t_n} (K_0 t + K_1)$
3	$\frac{U_m t^2}{t_n^2}$	$\frac{2U_m}{t_n^2 p^3}$	$\frac{U_m}{t_n^2} (K_0 t^2 + 2K_1 t + 2K_2)$
4	$\frac{U_m t^3}{t_n^3}$	$\frac{6U_m}{t_n^3 p^4}$	$\frac{U_m}{t_n^3} (K_0 t^3 + 3K_1 t^2 + 6K_2 t + 6K_3)$

Значения коэффициентов K_i определяются параметрами передаточной функции:

$$\left. \begin{aligned} K_0 &= \frac{D_0}{d_0}, \quad K_1 = \frac{D_1 - d_1 K_0}{d_0}, \quad K_2 = \frac{D_2 - d_1 K_1 - d_2 K_0}{d_0}, \\ K_3 &= \frac{D_3 - d_1 K_2 - d_2 K_1 - d_3 K_0}{d_0}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Из анализа данных таблицы и выражений (3) следует, что для уравнивания МЦ необходимо последовательно приводить к нулю значения D_0, D_1, D_2, D_3 . В свою очередь, соотношения для D_i можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} D_0 &= A_1 B_1, \quad D_1 = A_1 B_2 + A_2 B_3, \quad D_2 = A_1 B_4 + A_2 B_5 + A_3 B_6, \\ D_3 &= A_1 B_7 + A_2 B_8 + A_3 B_9 + A_4 B_{10}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где многочлены A_i определяют условия равновесия мостовой цепи:

$$A_i = 0. \quad (5)$$

При включении в МЦ R - L - C варианта ОКИ (см. рисунок, а) условия равновесия через параметры элементов моста находятся следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= r_0 R_1 - r_1 R_{01}, \\ A_2 &= r_0 r_1 c_1 R_1 + r_0 L_1 - r_1 L_{01}, \\ A_3 &= r_0 r_1 c_1 [R_1 R_2 L_{01} + (R_1 + R_2) R_{02} L_1] + r_0 R_2 L_1 (r_2 c_1 R_{02} + L_{01}) - r_1 R_{02} L_{01} (r_2 c_1 R_2 + L_1), \\ A_4 &= r_0 r_1 c_1 [R_1 R_2 R_{02} (L_1 C_1 + L_{01} C_{01}) + (R_1 + R_2) L_1 L_{01}] + \\ &+ r_0 R_2 L_1 [r_2 c_1 L_{01} + R_{02} (l_1 c_1 + L_{01} C_{01})] - r_1 R_{02} L_{01} [r_2 c_1 L_1 + R_2 (l_1 c_1 + L_1 C_1)]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

При воздействии на мост импульса (1) прямоугольной формы ($k = 0$) плоская вершина импульсного напряжения неравновесия (от окончания переходного процесса до момента окончания питающего импульса) приводится к нулю регулировкой значения сопротивления R_1 , тем самым выполняется первое условие равновесия (6). В случае воздействия на мост импульса (1) линейно изменяющегося напряжения ($k = 1$) плоская вершина напряжения неравновесия приводится к нулю регулировкой значения индуктивности L_1 и выполняется второе условие равновесия (6). При этом не нарушается первое условие равновесия, так как L_1 в него не входит. Если используется питающий импульс (1) квадратичной формы ($k = 2$), то нулевое значение плоской вершины импульсного напряжения неравновесия достигается регулировкой значения сопротивления R_2 , в результате чего выполняется третье условие равновесия (6) (первые два условия равновесия не нарушаются, так как R_2 в них не входит). При поступлении питающего импульса (1) кубической формы ($k = 3$) регулировкой значения емкости C_1 обеспечивается нулевое значение напряжения плоской вершины импульсного напряжения неравновесия, т.е. выполняется четвертое условие равновесия (6). При этом выполняются первые три условия равновесия, потому что C_1 в них не входит.

Таким образом, МЦ (см. рисунок, а) обладает свойством отдельного независимого уравнивания, причем уравнивание следует проводить в приведенной выше последовательности R_1, L_1, R_2, C_1 . Из условий равновесия (6) определяются значения параметров: r_1, c_1, r_2, l_1 .

Для полноты анализа ниже приводятся выражения, позволяющие найти обобщенные параметры МЦ $B_1—B_{10}$ (см. рисунок, а):

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= R_2 R_{02}, \\ B_2 &= r_2 R_2 R_{02} c_1 + R_2 L_{01} + R_{02} L_1, \\ B_3 &= R_2 R_{02}, \\ B_4 &= R_2 R_{02} (L_1 C_1 + L_{01} C_{01} + l_1 c_1) + r_2 c_1 (R_2 L_{01} + R_{02} L_1) + L_1 L_{01}, \\ B_5 &= 0, \\ B_6 &= 1, \\ B_7 &= L_1 L_{01} (r_2 c_1 + R_2 C_1 + R_{02} C_{01}) + l_1 c_1 (R_2 L_{01} + R_{02} L_1) + r_2 R_2 R_{02} c_1 (L_1 C_1 + L_{01} C_{01}), \\ B_8 &= 0, \\ B_9 &= 0, \\ B_{10} &= 1. \end{aligned} \right\} (7)$$

Остальные обобщенные величины находятся из формул:

$$\left. \begin{aligned} D_4 &= A_1 B_{11} + r_0 c_1 L_1 L_{01} [r_1 R_1 (R_2 C_1 + R_{02} C_{01}) + (r_1 + r_2) R_2 R_{02} C_{01} + R_2 l_1] - \\ &\quad - r_1 c_1 R_{02} L_1 L_{01} (r_2 R_2 C_1 + l_1), \\ D_5 &= A_1 B_{12} + r_0 c_1 R_2 R_{02} L_1 L_{01} (C_{01} l_1 + r_1 R_1 C_1 C_{01}) - r_1 c_1 R_2 R_{02} L_1 L_{01} C_1 l_1, \\ D_6 &= A_1 R_2 R_{02} L_1 C_1 L_{01} C_{01} l_1 c_1. \end{aligned} \right\} (8)$$

Значения B_{11} и B_{12} соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} B_{11} &= R_2 R_{02} (L_1 C_1 L_{01} C_{01} + L_1 C_1 l_1 c_1 + L_{01} C_{01} l_1 c_1) + c_1 L_1 L_{01} (r_2 R_2 C_1 + r_2 R_{02} C_{01} + l_1), \\ B_{12} &= c_1 L_1 L_{01} [(R_2 C_1 + R_{02} C_{01}) l_1 + r_2 R_2 C_1 R_{02} C_{01}]. \end{aligned} \right\} (9)$$

МЦ (см. рисунок) является квазиуравновешенной, так как нет возможности привести к нулю значения D_4 и D_5 в (8). Все четыре регулируемых параметра в двухполоснике с уравнивающими элементами уже были задействованы на предыдущих четырех этапах уравнивания, и попытка использования любого из них для приведения к нулю какой-либо из обобщенных величин D_4 или D_5 приведет к нарушению одного или нескольких условий

равновесия (5), (6), что недопустимо. Названные обобщенные величины предопределяют в выходном сигнале моста после четырех этапов уравнивания всплески напряжения в начале импульса и после его окончания. Выбросы напряжения определяются суммой затухающих экспоненциальных функций.

При подключении к МЦ резистивно-емкостного варианта ОКИ (см. рисунок, б) условия равновесия определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= r_0 R_1 - r_1 R_{01}, \\ A_2 &= r_0 r_1 R_1 c_1 + r_0 L_1 - r_1 L_{01}, \\ A_3 &= r_0 r_1 c_1 [R_1 R_2 L_{01} + (R_1 + R_2) R_{02} L_1] + r_0 R_2 L_1 (r_2 c_1 R_{02} + L_{01}) - \\ &\quad - r_1 R_{02} L_{01} (r_2 c_1 R_2 + L_1), \\ A_4 &= r_0 r_1 c_1 \{ (R_1 + R_2) L_1 L_{01} + r_2 c_2 [R_1 R_2 L_{01} + (R_1 + R_2) R_{02} L_1] + \\ &\quad + R_1 R_2 R_{02} (L_1 C_1 + L_{01} C_{01}) \} + r_0 L_1 L_{01} R_2 [r_2 (c_1 + c_2) + R_{02} C_{01}] - \\ &\quad - r_1 L_1 L_{01} R_{02} [r_2 (c_1 + c_2) + R_2 C_1]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Из соотношений (10) следует, что при использовании питающих импульсов с изменением напряжения в течение их длительности по закону степенных функций (1) с помощью моста можно осуществлять раздельное зависимое уравнивание в прежней последовательности R_1, L_1, R_2, C_1 . Из условий равновесия (10) берутся отсчеты параметров объекта измерения: r_1, c_1, r_2, c_2 .

Если к МЦ подключается резистивно-индуктивный вариант ОКИ (см. рисунок, в), то условия равновесия определяются через ее параметры так:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= r_0 R_1 - r_1 R_{01}, \\ A_2 &= r_0 L_1 - r_1 L_{01} - R_{01} l_1, \\ A_3 &= r_0 R_2 L_1 (r_2 L_{01} + R_{02} l_1) - r_1 R_{02} L_{01} (r_2 L_1 + R_2 l_1) - \\ &\quad - r_2 l_1 [R_{01} R_{02} L_1 + (R_{01} + R_{02}) R_2 L_{01}], \\ A_4 &= r_0 R_2 L_1 L_{01} (r_2 R_{02} C_{01} + l_1 + l_2) - r_1 R_{02} L_1 L_{01} (r_2 R_2 C_1 + l_1 + l_2) - \\ &\quad - r_2 l_1 [(R_{01} + R_{02}) L_1 L_{01} + R_2 R_{01} R_{02} (L_1 C_1 + L_{01} C_{01})] - \\ &\quad - l_1 l_2 [R_{01} R_{02} L_1 + (R_{01} + R_{02}) R_2 L_{01}]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Соотношения (11) подтверждают наличие у МЦ раздельного зависимого уравнивания и возможность определения искомых параметров R - L двухполюсника: r_1, l_1, r_2, l_2 .

Для двух последних вариантов МЦ (см. рисунок, б, в) приведены только условия равновесия (10) и (11) и не приведены формулы для остальных обобщенных величин. МЦ прошла проверку с помощью моделирования на ЭВМ и испытана на натурном образце. Испытания подтвердили изложенные в статье положения.

Таким образом, МЦ, приведенная на рисунке, позволяет определять параметры четырехэлементного R - C -двухполюсника и еще трех вариантов эквивалентных ему двухполюсников [3], четырехэлементного R - L -двухполюсника и еще трех вариантов эквивалентных ему двухполюсников, четырехэлементного R - L - C -двухполюсника и трех вариантов эквивалентных, а также обратных (инверсных) ему двухполюсников. Если МЦ построить в традиционном варианте, в частности, вместо многоэлементного двухполюсника R_{01} - L_{01} - R_{02} - C_{01} в плече отношения включить одиночный элемент (резистор), то она пригодна для определения параметров четырехэлементного R - L - C -двухполюсника и еще только одного эквивалентного ему двухполюсника [3], но не может определять параметры R - C и R - L -двухполюсников. Следовательно, в рассмотренной МЦ получено существенное расширение функциональных возможностей.

При необходимости определять в двухполюсниках ОКИ более четырех параметров следует увеличивать в соответствии с работой [4] число элементов в двухполюсниках левой ветви МЦ и использовать питающие импульсы напряжения (1) с более высокими показателями степени k . Тогда значительно возрастает количество вариантов двухполюсников ОКИ, параметры которых определяются одной МЦ, так как существенно увеличивается число эквивалентных двухполюсников при возрастании в них количества элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карандеев К. Б., Штамбергер Г. А. Обобщенная теория мостовых цепей переменного тока. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1961. 224 с.
2. Кнеллер В. Ю., Боровских Л. П. Измерение параметров объектов, представляемых многоэлементными двухполюсниками // Измерение, контроль, автоматизация. 1976. № 3. С. 3—11.
3. Передельский Г. И. Мостовые цепи с импульсным питанием. М.: Энергоатомиздат, 1988. 192 с.
4. Передельский Г. И. О свойстве многоэлементных электрических цепей // Электричество. 1989. № 2. С. 73—75.

Сведения об авторах

- Геннадий Иванович Передельский** — д-р техн. наук, профессор; Курский государственный технический университет, кафедра электротехники, электроники и автоматики
- Владимир Ильич Иванов** — канд. техн. наук, доцент; Курский государственный технический университет, кафедра вычислительной техники;
E-mail: viva@kursknet.ru

Рекомендована кафедрой
электротехники, электроники и автоматики

Поступила в редакцию
20.10.08 г.

УДК 681.586

Д. А. НАГАЕВ, В. К. ШАКУРСКИЙ

ЦИФРОВОЙ ГЕНЕРАТОРНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ВЫСОКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Представлен пример реализации программного модуля цифрового генераторного преобразователя в режиме высокой чувствительности. Рассматриваются вопросы выбора цифровых фильтров, выбора способа управления цифровым генератором, устойчивости генерируемых колебаний в режиме высокой чувствительности, ввода и вывода информации, линейности характеристики преобразователя. Приведены результаты компьютерного моделирования преобразователя.

Ключевые слова: программный модуль, цифровой фильтр, генераторный преобразователь, конечная импульсная характеристика.

Недостатками аналоговых генераторных преобразователей контролируемого физического параметра в частоту выходного сигнала являются наличие дополнительной погрешности, вызванной воздействием внешних и внутренних возмущающих факторов, и нелинейность характеристик преобразования. Использование режима высокой чувствительности увеличивает дополнительную погрешность преобразования [1, 2]. Исключить эти недостатки можно, если аналоговый управляемый генератор заменить цифровым. Однако при программной реализации автоколебательных систем возникают вопросы, которые требуют проведения дополнительных исследований. Это вопросы выбора цифровых фильтров, устойчивости

работы цифровой автоколебательной системы, ее управляемости, ввода в процессор информации и ее вывода, минимизации программных затрат и другие вопросы.

Цифровой генераторный преобразователь состоит из аппаратного и программного модулей. В аппаратном модуле контролируемый физический параметр преобразуется в управляющий, изменение которого вызывает соответствующее изменение частоты генерируемого периодического сигнала в программном модуле. Алгоритм работы программного модуля в общем случае определяется структурой соответствующей аналоговой автоколебательной системы.

В результате выполненных исследований разработан и реализован программный модуль цифрового генератора с однопетлевой обратной связью, обеспечивающий высокую чувствительность. Управление частотой генерируемого сигнала осуществляется внесением дополнительного фазового сдвига с помощью аппаратного модуля. Другие способы, например изменение порядка фильтров или изменение периода дискретизации, менее эффективны [3]. Структура программного модуля генераторного преобразователя приведена на рис. 1.

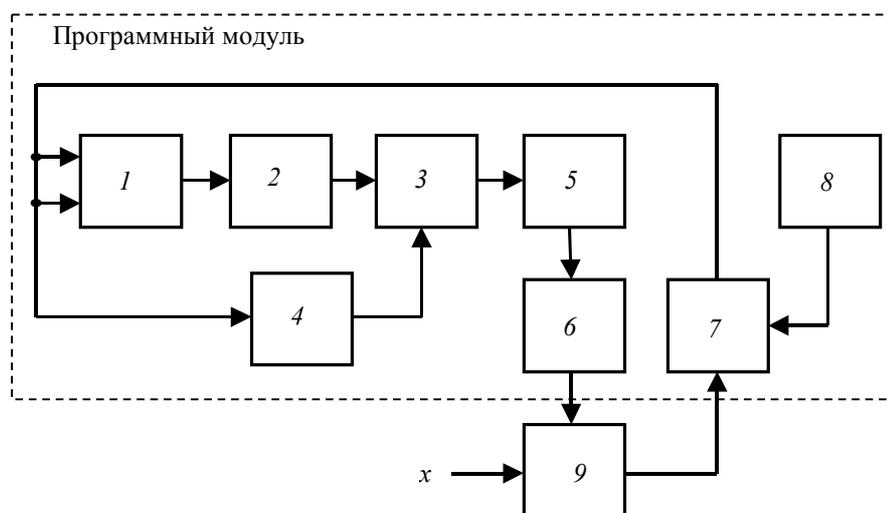


Рис. 1

В блоках 1 и 3 используются программы перемножения сигналов. Программы реализации цифровых фильтров используются в блоках 2, 4, 5, 7. В блоке 6 используется программа реализации нелинейного усилителя. Блоки 1—5 совместно реализуют полосовой цифровой фильтр с инвертированной эквивалентной фазочастотной характеристикой (ФЧХ), который необходим для реализации режима высокой чувствительности. Программа генерации сигнала раскачки реализуется в блоке 8.

Аппаратный модуль состоит из управляемого параметром x фазовращателя 9, с помощью которого в цифровой генератор вносится дополнительный фазовый сдвиг. Изменение дополнительного фазового сдвига приводит к смещению нулей эквивалентной ФЧХ цифрового генератора и соответственно к изменению частоты генерируемого сигнала. Выходной сигнал нелинейного усилителя 6, как и фазовращателя, имеет форму меандра. Это позволило исключить из аппаратного модуля аналого-цифровой и цифро-аналоговый преобразователи.

Цифровой генератор обладает жестким возбуждением из-за наличия в нем перемножителей, поэтому его возбуждение осуществляется с помощью блока раскачки 8. В установленном режиме гармонический сигнал с выхода цифрового фильтра 7 поступает на перемножитель 1 и цифровой фильтр 4. Фильтр 2 выделяет сигнал с удвоенной частотой. Перемножитель 3 и фильтр 5 нужны для выделения сигнала с разностной частотой. Фазовый сдвиг сигнала в фильтре 4 больше, чем суммарный фазовый сдвиг в фильтрах 2 и 5, поэтому общий фазовый сдвиг сигнала на выходе фильтра 5 изменяет свой знак. Эквивалентная ФЧХ блоков 1—5 получает противоположный наклон по сравнению с типичным наклоном отдельных

фильтров. Эквивалентная ФЧХ разомкнутой цепи автоколебательной системы является суммой типичной ФЧХ фильтра 7 и нетипичной (инвертированной) ФЧХ блоков 1—5.

Для получения линейной зависимости изменения частоты генерируемого сигнала от величины дополнительного фазового сдвига нужны фильтры с линейной ФЧХ. Этому требованию удовлетворяют цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры). Жесткие требования к форме амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) КИХ-фильтра не предъявляются. Это позволяет упростить форму импульсной характеристики и использовать значения отсчетов ± 1 .

На рис. 2 показано, как преобразуется форма огибающей импульсной характеристики $h(k)$ цифрового фильтра. На рис. 3 показано, как при этом преобразуется форма АЧХ $H(f)$ фильтра. В результате уменьшается необходимый объем памяти процессора для хранения отсчетов импульсной характеристики, а из структуры цифрового фильтра исключаются блоки умножения. Следует учитывать уменьшение полосы пропускания фильтра, ФЧХ остается линейной.

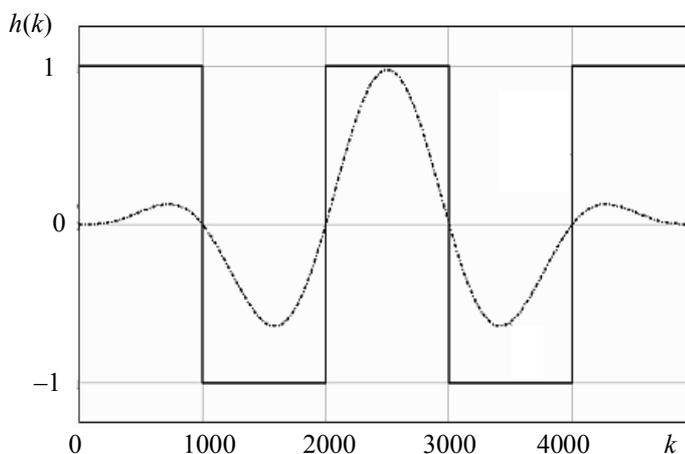


Рис. 2

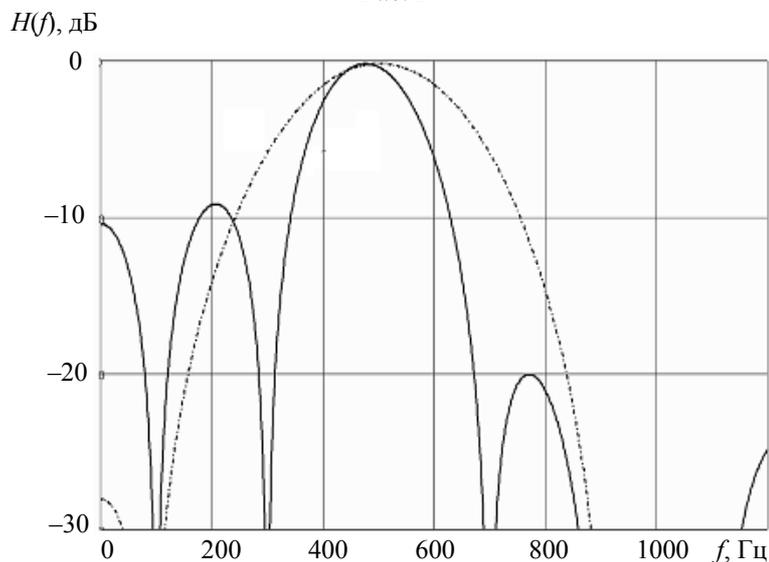


Рис. 3

ФЧХ цифрового КИХ-фильтра является дискретной функцией:

$$\varphi(f) = (-\pi R T_d) f = (-\pi R T_d) \frac{n}{T_d} = -\pi R n, \quad (1)$$

где R — порядок фильтра (количество отсчетов импульсной характеристики), T_d — период дискретизации, n — отношение периода дискретизации к периоду сигнала (принимает целые значения).

Частота генерируемого сигнала определяется уравнением баланса фаз:

$$\varphi_2(2f) - \varphi_4(f) + \varphi_5(f) + \varphi_7(f) + \varphi_9(x) = -2\pi m, \quad (2)$$

где $m = 0, 1, 2 \dots$ — порядковый номер нуля эквивалентной ФЧХ генератора. Индексы слагаемых в (2) соответствуют номеру блока (рис. 1).

Используя соотношение (1), получим

$$f(x) = \frac{2\pi m + \varphi_9(x)}{(2R_2 + R_5 + R_7 - R_4)T_d}. \quad (3)$$

Первое слагаемое в (3) определяет среднюю частоту характеристики преобразования, а второе — крутизну характеристики преобразования фазового сдвига в частоту генерируемого сигнала. Наличие в знаменателе разности слагаемых позволяет его минимизировать и соответственно увеличивать чувствительность преобразователя.

Условием устойчивости колебаний генерируемого сигнала является типичный наклон эквивалентной ФЧХ генератора, чему соответствует положительный знак знаменателя (3).

Для получения линейной характеристики преобразования контролируемого параметра x в частоту генерируемого сигнала необходимо, чтобы характеристика аппаратного модуля $\varphi_9(x)$ была линейной и не зависящей от частоты генерируемого сигнала в рабочем диапазоне частот.

Соотношение (3) описывает дискретную функцию. Изменение частоты генерируемого сигнала происходит, если вносимый дополнительный фазовый сдвиг приводит к смещению генерируемого сигнала не меньше чем на T_d . Следовательно, период дискретизации определяет разрешающую способность преобразователя и погрешность дискретизации.

Для ввода и вывода генерируемого сигнала используются логические входы и выходы числового процессора, в котором реализуется программный модуль. Изменение состояния логических уровней учитывается программой. Компьютерное моделирование цифрового генераторного преобразователя, выполненное в среде моделирования динамических процессов Simulink, показало соответствие теоретической характеристики (3) характеристикам и результатам моделирования.

В качестве примера на рис. 4 приведены фрагменты характеристик преобразователя,

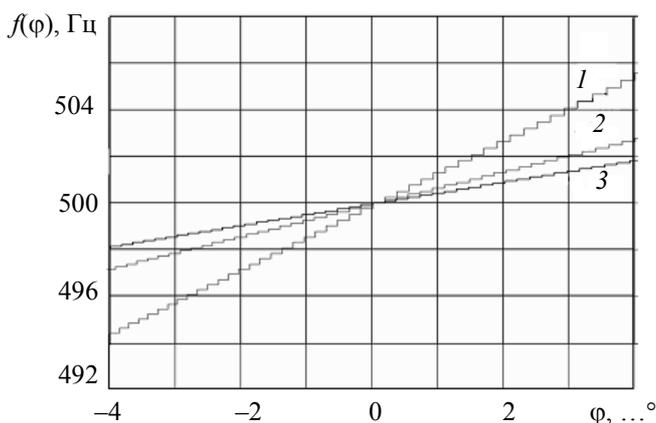


Рис. 4

полученные при моделировании. Характеристики получены при следующих условиях: порядок фильтра 2 (см. рис. 1) равен 800, фильтра 4 — 3200, 5 — 800. Варьировался порядок фильтра 7, период дискретизации оставался постоянным. Кривая 1 получена при порядке 1200 фильтра 7, кривая 2 при — 1600, кривая 3 — при 2000. Данные значения порядков фильтра 7 выбраны из условия несмещенности средней частоты 500 Гц. При всех других промежуточных значениях порядка фильтра 7 из-за изменения наклона ФЧХ варьируются и значения частот, для которых фазовый сдвиг кратен 2π . Это требует перестройки остальных фильтров.

значения частот, для которых фазовый сдвиг кратен 2π . Это требует перестройки остальных фильтров.

Результаты исследования компьютерной модели преобразователя позволили написать программу на языке Delphi, реализующую данный цифровой генераторный преобразователь в режиме реального времени.

Таким образом, цифровые генераторные преобразователи позволяют исключить дополнительную погрешность из-за воздействия на автоколебательную систему возмущающих факторов и получить стабильные линейные характеристики преобразования.

Приведенные результаты получены в рамках научно-исследовательской работы, выполненной по плану фундаментальных исследований университета, поддержанных госбюджетным финансированием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов В. В., Шакурский В. К. Анализ свойств управляемого генератора в режиме повышенной чувствительности // Электросвязь. 2004. № 4. С. 43—51.
2. Иванов В. В., Шакурский В. К. Увеличение чувствительности генераторных параметрических преобразователей // Изв. вузов. Приборостроение. 2005. Т. 49, № 7. С. 47—51.
3. Шакурский В. К., Иванов В. В. Генераторные преобразователи девиации фазы повышенной чувствительности // Вестн. СГАУ. 2006. № 3. С. 13—16.

Сведения об авторах

Дмитрий Анатольевич Нагаев

— Тольяттинский государственный университет, кафедра электроснабжения и электротехники; ст. преподаватель;
E-mail: dandandan@tltsu.ru

Виктор Константинович Шакурский

— д-р техн. наук, профессор; Тольяттинский государственный университет, кафедра электроснабжения и электротехники;
E-mail: Shakurskiy@mail.ru

Рекомендована кафедрой
электроснабжения и электротехники

Поступила в редакцию
06.03.08 г.

УДК 621.013+537.312

А. А. ГОЛУБЕВ, В. К. ИГНАТЬЕВ

ЦИФРОВОЙ НАНОТЕСЛОМЕТР

Описан четырехтактный вычислительный алгоритм минимизации систематических погрешностей магнитометра, связанных с температурной зависимостью константы Холла и остаточного напряжения, с использованием микроконтроллера ADUC834BS.

Ключевые слова: магнитометр, датчик Холла, остаточное напряжение, крутизна преобразования, температурная погрешность, микроконтроллер.

При измерениях магнитных полей в диапазоне от 10^{-7} — 10^{-2} Тл в качестве преобразователя, главным образом, используется датчик Холла. Точность измерения индукции магнитного поля с помощью датчика Холла снижают остаточное напряжение, термоЭДС холловских контактов, температурная зависимость константы Холла и погрешность от собственного магнитного поля преобразователя [1]. Погрешность, связанную с термоЭДС контактов, можно устранить, запитав датчик Холла переменным током с последующим синхродетектированием. Минимизация погрешности, обусловленной пропорциональным протекающему через токовые контакты току остаточным напряжением датчика, не зависящим от магнитного поля, но зависящим от температуры [1], производится методом взаимности. Действительно, выходное напряжение датчика U при пропускании через него входного тока I в магнитном

поле B , перпендикулярном плоскости датчика, можно представить как реакцию линейной системы на внешнее воздействие в виде

$$U_i = \alpha_{ij}(B)I_j = (R_{ij} + k_{ij}B)I_j.$$

Здесь индексы i и j принимают значения, соответствующие токовым контактам датчика Холла Т1 и Т2 потенциальным П1 и П2 контактам (рис. 1), $\alpha_{ij}(B)$ — функция восприимчивости во внешнем магнитном поле B ($R_{ij} = \alpha_{ij}(0)$). Также учтено, что датчик Холла в слабых магнитных полях линеен.

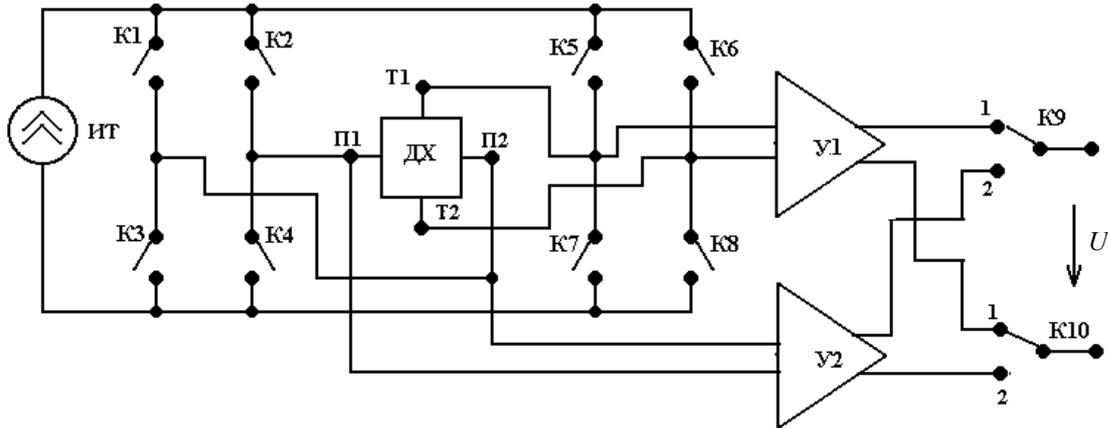


Рис. 1

Из свойств симметрии восприимчивости [2] следует, что $\alpha_{ij}(B) = \alpha_{ij}(-B)$. Следовательно, $R_{ij} = R_{ji} = R_n$, $k_{ij} = -k_{ji} = k_x$ — коэффициент Холла. Тогда, считая, что $I_j = I_i = I$, получим $U_i = U_n + U_x$, $U_j = U_n - U_x$, где $U_n = R_n I$ — остаточное напряжение (напряжение небаланса), связанное с несимметричностью контактов датчика, $U_x = k_x B I$ — холловское напряжение, пропорциональное измеряемому магнитному полю.

Это реализовано в магнитометре [3], позволяющем отдельно измерять холловское напряжение U_x и остаточное напряжение датчика Холла U_n . Магнитометр (см. рис. 1) содержит датчик Холла ДХ, источник постоянного тока ИТ, систему коммутации, содержащую ключи К1—К10, усилители У1 и У2 и систему управления. Измерение происходит по следующему алгоритму.

Первый такт: ключи К1—К4, К6, К7 разомкнуты, К5, К8 — замкнуты. Ток от ИТ протекает через ключ К5, контакты Т1, Т2, ключ К8. Напряжение с контактов П1, П2, усиленное в n_1 раз усилителем У1, подается через ключи К9, К10, находящиеся в положении 1, на выход. При этом выходное напряжение равно $U_1 = n_1(U_c + U_n + U_x)$, здесь в термоЭДС включено напряжение смещения U_c усилителя У1.

Второй такт: ключи К1—К5, К8 разомкнуты, К6, К7 — замкнуты. Ток протекает через ключ К6, контакты Т2, Т1, ключ К7. Поскольку направление тока через датчик Холла инвертировано по отношению к первому такту, выходное напряжение равно $U_2 = n_1(U_c - U_n - U_x)$.

Третий такт: ключи К5—К8, К2, К3 разомкнуты, К1, К4 — замкнуты. Ток протекает через ключ К1, контакты П1, П2, ключ К4. Напряжение с контактов Т1, Т2, усиленное в n_2 раз усилителем У2, подается через ключи К9, К10, находящиеся в положении 2, на выход, при этом $U_3 = n_2(U_c + U_n - U_x)$.

Четвертый такт: ключи К5—К8, К1, К4 разомкнуты, К2, К3 — замкнуты. Ток протекает через ключ К2, контакты П2, П1, ключ К3. Ключи К9, К10 находятся в положении 2. Выходное напряжение равно $U_4 = n_2(U_c - U_n + U_x)$.

Таким образом, измерив последовательно четыре значения напряжения на выходе схемы (см. рис. 1), в качестве меры магнитной индукции можно использовать

$$U_1 - U_2 + (U_3 - U_4)/n = 4n_1 U_{x0} = SB_0,$$

где $S = 4n_1K_xI$ — крутизна преобразования, $n = n_2/n_1$. Остаточное напряжение U_n пропорционально величине $U_1 - U_2 - (U_3 - U_4)/n$. При этом, однако, нескомпенсированной остается погрешность, обусловленная температурной зависимостью константы Холла.

В алгоритме для устранения основных систематических погрешностей определения температуры датчика Холла использовано остаточное напряжение U_n , пропорциональное удельному сопротивлению материала датчика, которое, в свою очередь, зависит от подвижности и концентрации носителей заряда, измеренное по четырехзажимной схеме (см. рис. 1). Температурная зависимость константы Холла определяется концентрацией носителей заряда [4]. Наши исследования показали, что зависимость константы Холла от остаточного напряжения близка к линейной функции, с погрешностью 0,1 %, на нее влияет магнитное поле в диапазоне значений температуры 0—70 °С и магнитное поле до 10 мТл, эта зависимость может использоваться для компенсации температурной погрешности [5].

Пусть $U_{x0}(u_n) = U_x(B_0, U_n)$ — зависимость холловского напряжения от остаточного напряжения, зарегистрированная при калибровке магнитометра в постоянном магнитном поле с индукцией B_0 при изменении температуры датчика. Тогда $f(U_n) = U_{x0}(U_n)/B_0$ — зависимость крутизны преобразования от остаточного напряжения при фиксированном токе I через датчик Холла. При измерении регистрируются холловское и остаточное напряжения, а индукция магнитного поля вычисляется как

$$B = U_x(B, U_n)/f(U_n). \quad (1)$$

Разумеется, этот алгоритм можно реализовать с помощью микропроцессорной измерительной системы, например, на основе микроконтроллера. Принципиальная схема нанотеслометра приведена на рис. 2 (DD1 — ADuC847BS, DD2 — MT16S2D, DA1 — ADA4004-4ARZ, DA2, DA3 — TMP37GRT, VT1—VT4 — IRF7103Q, VT5 — КП501А, VD1—VD6 — BAS70-04PBF, ZQ1 — ПХЭ606117А).

Цифровая часть нанотеслометра состоит из микроконтроллера ADuC847BS (DD1) [6] и жидкокристаллического дисплея MT-16S2D (DD2). Дифференциальные усилители (У1 и У2 на рис. 1) на четверенном малошумящем операционном усилителе DA1 (ADA4004-4ARZ) построены по классической схеме потенциометрических усилителей. Для защиты микроконтроллера от превышения допустимого предела входных напряжений используется схема, построенная на сдвоенных диодах Шоттки VD1—VD6 (BAS70-04). Выходы дифференциальных усилителей соединены с входами мультиплексора (К9 и К10 на рис. 1), с его помощью программно выбирается усилитель, выходное напряжение которого будет измеряться. Программируемый усилитель обеспечивает оптимальный динамический диапазон АЦП, коэффициент усиления которого можно изменять от 1 до 128 в зависимости от величины входного напряжения.

Опорное напряжение для АЦП задается манганиновым шунтом R1 с сопротивлением 25 Ом, включенным последовательно с преобразователем Холла ZQ1 (ПХЭ608117А, Сенсор, Санкт-Петербург). Такая схема включения позволяет снизить требования к стабильности тока в измерительной цепи. Источник измерительного тока для датчика Холла ZQ1 и шунта R2 построен на транзисторе VT5 и резисторе R2. Контакты датчика коммутируются программно микроконтроллером DD1с помощью ключей VT1—VT4 (К1—К8 на рис. 1), в качестве которых используются полевые транзисторы IRF7103Q. Температура измерительных усилителей DA1 и источника опорного напряжения (ИОН), в качестве которого выступает резистор R1, измеряется с помощью датчиков температуры DA1 и DA2, в качестве которых использованы специализированные микросхемы TMP37GRT. Напряжения с этих датчиков, пропорциональные их температуре, подаются на входы АЦП микроконтроллера и могут использоваться для компенсации дополнительной погрешности, связанной с изменением температуры окружающей среды.

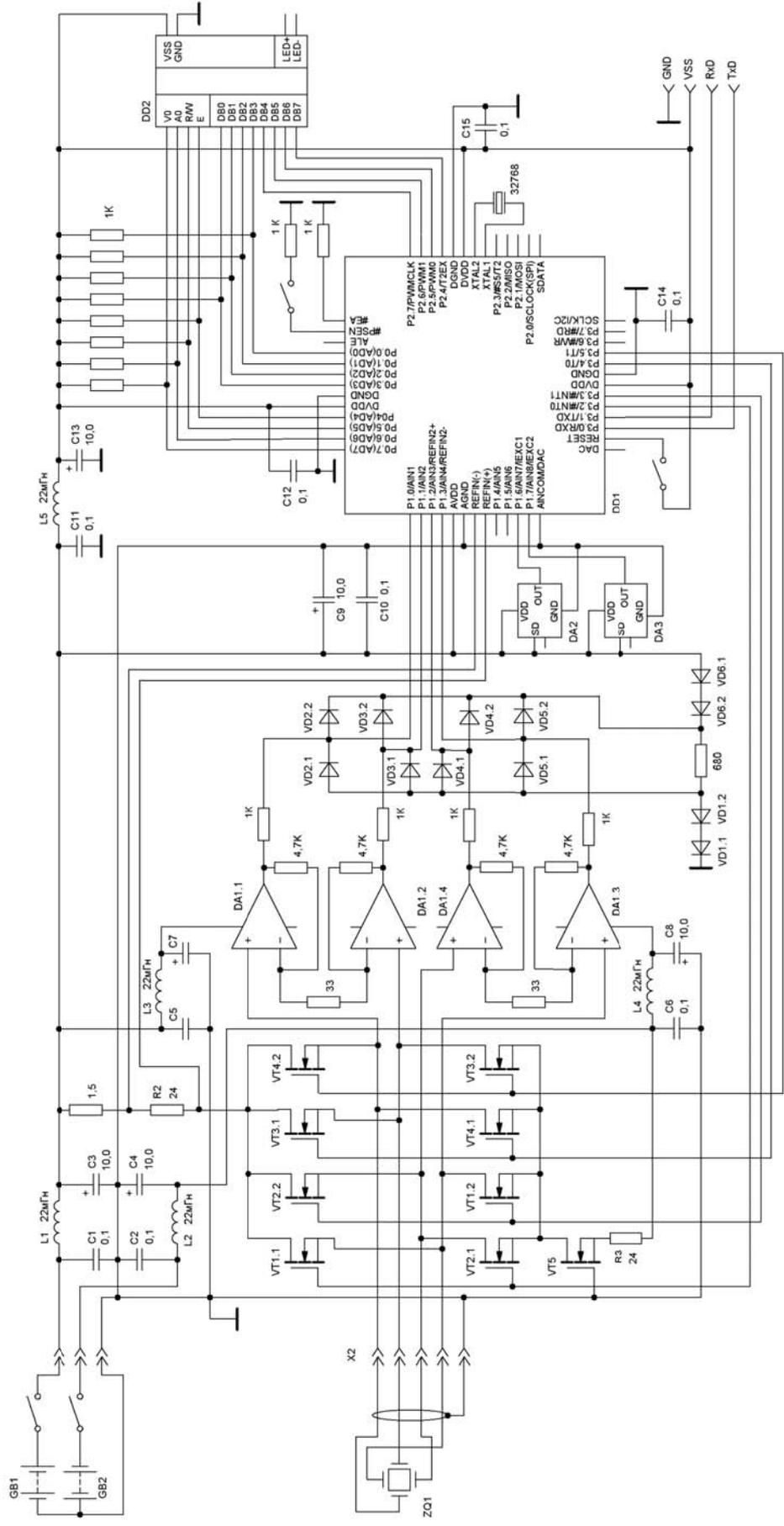


Рис. 2

Нанотеслометр питается от 8 аккумуляторов формата АА, формирующих рабочие напряжения +5 и –5 В (GB1 и GB2). С таким источником питания прибор может непрерывно работать в течение 24 часов.

После включения питания и инициализации микроконтроллера по четырехтактному алгоритму 100 раз измеряются значения напряжения $U_1—U_4$ на токовых (Т1 и Т2) и потенциальных (П1 и П2) контактах датчика Холла (рис. 1). Результаты измерений усредняются. Затем производится вычисление значения магнитного поля в соответствии с выражением

$$B = S(U_1 - U_2 + (U_3 - U_4)/n), \quad (2)$$

величина S и n определяется при калибровке прибора. Далее измеряется температура DA1 и ИОН (см. рис. 2) и вычисляется остаточное напряжение $U_n = U_1 - U_2 - (U_3 - U_4)/n$.

Нанотеслометр собран на одной печатной плате размером 90×60 мм. Для уменьшения уровня шумов дифференциальные усилители на основе микросхемы DA1 и разъем XS1 для подключения датчика (рис. 2) помещены в медный экран размером 27×25×6 мм. Прибор не имеет элементов управления и не требует настройки в процессе эксплуатации.

При калибровке в первую очередь определялся коэффициент n , входящий в формулу (2). Для этого к разъему XS1 подключался мостовой эквивалент датчика Холла, состоящий из четырех одинаковых проволочных резисторов по 10 Ом и включенного в диагональ балансировочного резистора $R_6 = 10$ кОм. Поскольку резистивная цепь является взаимной, при точной настройке независимо от величины остаточного напряжения, которое изменяется резистором R_6 , невзаимное холловское напряжение должно равняться нулю. При калибровке коэффициент n программно подбирается так, чтобы при изменении остаточного напряжения в пределах ± 1 мВ среднее квадратическое значение холловского напряжения было минимальным. В этом случае отношение U_n/U_x можно рассматривать как степень компенсации остаточного напряжения, подбором коэффициента n ее удается довести до 1000.

Нанотеслометр калибровался при помощи длинного соленоида, помещенного в магнитный экран. Нелинейность составила менее 0,1 % в диапазоне $10^{-6}—10^{-2}$ Тл. Каждая точка на графике соответствовала среднему, определенному по 100 отсчетам, вычисляемым автоматически в течение одного цикла измерений длительностью 0,1 с.

Порог чувствительности нанотеслометра определяется спектральной интенсивностью приведенного ко входу магнитного шума. Она измерялась методом периодограмм Уэлша [7] по 100 выборкам из 4096 отсчетов каждая и составила 3 нТл $\sqrt{с}$ в полосе частот 0,1—45 Гц, фликкер-шум в этом частотном диапазоне отсутствует. Вычислительный алгоритм термокомпенсации [5] позволяет снизить погрешность измерения температуры в диапазоне 0—70 °С в 25 раз — с 0,25 (что соответствует температурному коэффициенту чувствительности датчика ПХЭ606117А) до 0,01 % на 1 °С.

Работа поддержана грантом Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере. Авторы благодарят фирму Analog Device за предоставленные образцы микроконтроллера и усилителей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кучис Е.В. Гальваномагнитные эффекты и методы их исследования. М.: Радио и связь, 1990. 264 с.
2. Файн В. М., Ханин Я. И. Квантовая радиофизика. М.: Сов. радио, 1965. 126 с.
3. Игнатъев В. К., Протопопов А. Г. Магнитометр на основе преобразователя Холла // Приборы и техника эксперимента. 2003. № 4. С. 116—120.
4. Средства измерения параметров магнитного поля / Ю. В. Афанасьев, Н. В. Студенцов, В. Н. Хореев и др. Л.: Энергия, 1979. 320 с.

5. Патент РФ № 2311655 G01R 33/07 Способ уменьшения погрешностей холловского магнитометра / В. К. Игнатьев. Оpubл. 21.11.07. Бюл. № 33.
6. [Электронный ресурс]: <<http://www.analog.com/en/prod/0%2C2877%2CADUC847%2C00.html>>.
7. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.

Сведения об авторах

- Антон Александрович Голубев** — д-р физ.-мат. наук, профессор; Волгоградский государственный университет, кафедра радиофизики; E-mail: axon85@yandex.ru
- Вячеслав Константинович Игнатьев** — магистр; Волгоградский государственный университет, кафедра радиофизики; E-mail: ignatjev@vlpost.ru

Рекомендована университетом

Поступила в редакцию
31.01.08 г.

УДК 681.335

В. Г. ГАЛАЛУ

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ КОД—НАПРЯЖЕНИЕ С СУММИРОВАНИЕМ ВЗВЕШЕННЫХ ТОКОВ НА АТТЕНЮАТОРЕ ЛЕСТНИЧНОГО ТИПА

Предложена обобщенная структура преобразователей код—напряжение (ПКН) с суммированием взвешенных токов на аттенюаторе лестничного типа, позволяющая минимизировать число прецизионных резисторов. Приводятся результаты экспериментального исследования 15—16-разрядных ПКН, пригодных для микроэлектронного исполнения.

Ключевые слова: преобразователь код—напряжение, суммирование взвешенных токов, аттенюатор лестничного типа.

Для преобразования 15-разрядного кода в выходное напряжение до двух вольт величина кванта преобразователя код—напряжение (ПКН) должна быть равна 61,03 мкВ и необходимо обеспечить формирование весовых коэффициентов (напряжений разрядов) с абсолютной погрешностью на уровне ± 5 мкВ. Это достаточно сложная задача, которая требует грамотных технических решений и тщательной настройки отдельных разрядов. В частности, к резисторам аттенюатора предъявляются два основных требования: минимально возможный ТКС (1—5 ppm) и приемлемая долговременная стабильность (не хуже 10 ppm в год). Так как стоимость подгонки прецизионных резисторов достаточно высока, то желательно минимизировать число таких резисторов в ПКН. Кроме того, следует учесть возможность гибридного или микроэлектронного исполнения ПКН, что ограничивает величину резисторов (0,5—50 кОм) и общую рассеиваемую мощность (500 мВт). Наиболее полно этим требованиям удовлетворяют ПКН с суммированием токов на аттенюаторах лестничного типа, распространенные в гибридном исполнении. Рассмотрим возможность сокращения количества прецизионных резисторов в таких ПКН.

На рис. 1 представлена известная структура 16-разрядного ЦАП (S_1 — ключ, $l = \overline{0, M}$) с суммированием одинаковых токов на аттенюаторе R — $2R$ ($R_1=R$, $R_c=R$, $R_2=2R$). Можно показать, что коэффициент деления каждой ячейки аттенюатора $K = 2$ и сопротивление нагрузки каждого генератора тока составит $2/3R$. Тогда выходное напряжение такого ПКН составит

$$U_{\text{вых}} = \frac{2}{3} RI \left(a_{15} 1 + a_{14} \frac{1}{2} + a_{13} \frac{1}{4} + \dots + a_0 \frac{1}{2^{n-1}} \right).$$

Максимальное выходное напряжение составит: $U_{\max} = \frac{2}{3} RI \left[2 - \frac{1}{2^{n-1}} \right] \approx \frac{4}{3} RI$.

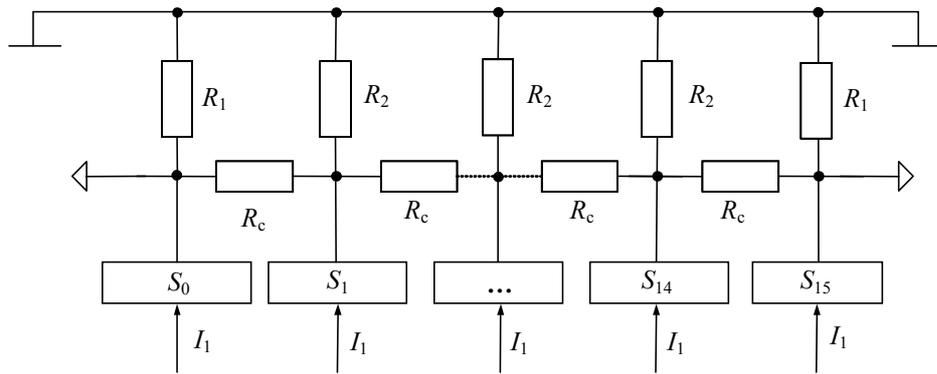


Рис. 1

На рис. 2 представлена структурная схема 16-разрядного ЦАП с суммированием двух взвешенных токов I_1 и I_2 в каждой узловой точке ($b_k, k=\overline{1, L}$). Каждая ячейка аттенюатора должна обеспечивать значение $K=2^2=4$, что возможно при $R_1=R$, сопротивлениях связи $R_c=3R$ и эквивалентных сопротивлениях в каждой узловой точке $R_{\text{экви}}=R$.

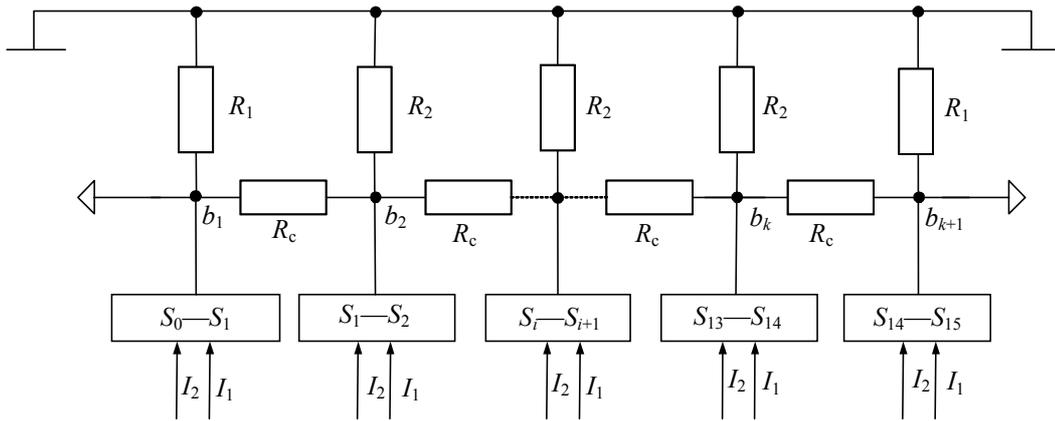


Рис. 2

Из представленной эквивалентной схемы одной ячейки делителя (рис. 3) можно определить требуемое значение R_2 :

$$R_{\text{экви}} = \frac{R_2 4R}{R_2 + 4R},$$

отсюда $R_2 = 4/3 R$. Значения эквивалентного сопротивления нагрузки $R_{\text{н}}$ для каждой пары генераторов тока I_1 и I_2 определяются из эквивалентной схемы, представленной на рис. 4.

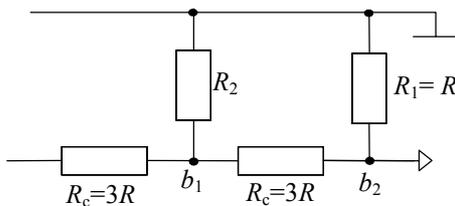


Рис. 3

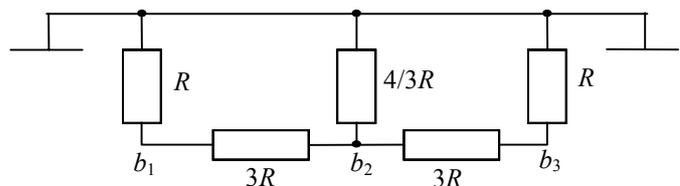


Рис. 4

Так как $R_{\text{н}} = 4/3 R \parallel 4R \parallel 4R$, $R_{\text{н}} = 4/5 R$.

Примем $I_1=I, I_2=0,5I$, тогда выходное напряжение ПКН определится следующим образом:

$$U_{\text{вых}} = R_{\text{н}} I \left[\left(a_{15} + a_{14} \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{4} \left(a_{13} + a_{12} \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{16} \left(a_{11} + a_{10} \frac{1}{2} \right) + \dots + \frac{1}{16384} \left(a_1 + a_0 \frac{1}{2} \right) \right].$$

Максимальное выходное напряжение будет равно:

$$U_{\text{max}} = \frac{4}{5} RI \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) \approx \frac{8}{5} RI.$$

На рис. 5 представлена структурная схема 15-разрядного ЦАП с суммированием трех значений взвешенного тока I_1, I_2, I_3 в каждой узловой точке. Каждая ячейка аттенюатора должна обеспечивать $K=2^3=8$, что возможно при $R_1=R, R_c=7R$ и эквивалентных сопротивлениях в каждой узловой точке $R_{\text{экви}}=R$.

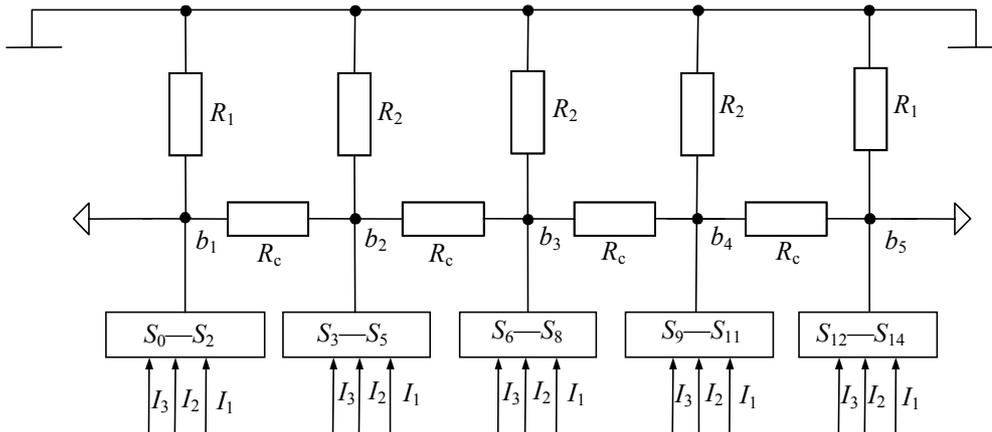


Рис. 5

Из представленной эквивалентной схемы одной ячейки делителя (рис. 6) можно определить требуемое значение R_2 :

$$R_{\text{экви}} = \frac{R_2 8R}{R_2 + 8R},$$

отсюда $R_2 = 8/7 R$. Эквивалентное сопротивление нагрузки для каждой тройки взвешенных токов I_1, I_2, I_3 определяется из эквивалентной схемы, приведенной на рис. 7.

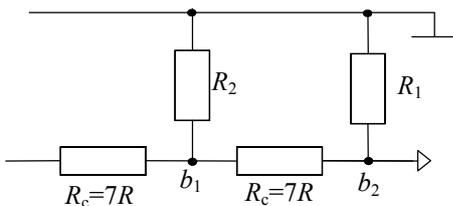


Рис. 6

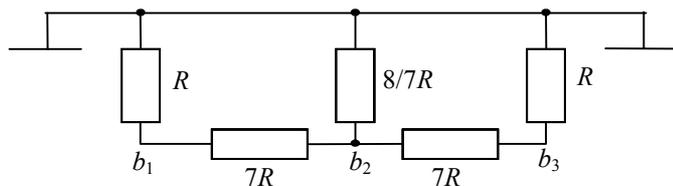


Рис. 7

Если $R_{\text{н}} = 8/7 R$, $R_{\text{н}} = \frac{8}{7} R \parallel 8R \parallel 8R$. Выходное напряжение такого ПКН определится следующим образом:

$$U_{\text{вых}} = \frac{8}{9} RI \left[\left(a_{14} + a_{13} \frac{1}{2} + a_{12} \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{8} \left(a_{11} + a_{10} \frac{1}{2} + a_9 \frac{1}{4} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(a_2 + a_1 \frac{1}{2} + \frac{1}{4} a_0 \right) \right].$$

Максимальное выходное напряжение будет равно: $U_{\text{max}} \approx \frac{16}{9} RI$.

Действуя в соответствии с предложенным алгоритмом, можно легко определить требуемые значения резисторов аттенюатора R_1, R_2, R_c для произвольного числа генераторов тока, подключаемых к каждой узловой точке.

Введем следующие обозначения: n — число разрядов преобразуемого двоичного кода; M — число взвешенных токов, суммируемых в каждом узле; L — число узловых точек.

Если принять $R_1=R$, то в общем случае получим следующее:

— разрядность ПКН определяется произведением

$$n = ML, \quad (1)$$

— сопротивление связи R_c между ячейками аттенюатора

$$R_c = (2^M - 1)R, \quad (2)$$

— внутренние резисторы аттенюатора R_2

$$R_2 = \frac{2^M}{(2^M - 1)R}. \quad (3)$$

Эквивалентное сопротивление нагрузки R_n для каждого узла аттенюатора будет следующим:

$$R_n = \frac{2^M}{(2^M - 1)R}. \quad (4)$$

Максимальное выходное напряжение такого ПКН будет равно:

$$U_{\max} = \frac{2^M}{2^M + 1} RI \sum_{k=1}^L \frac{1}{2^{(k-1)M}} \left(\sum_{i=1}^M \frac{1}{2^{(i-1)}} a_{LM-(k-1)M-i+1} \right). \quad (5)$$

Для управления переключением разрядных токов в таком ПКН необходимо знать максимальное изменение потенциалов в узловых точках аттенюатора. Для ПКН с суммированием равных токов на аттенюаторе типа „ $R-2R$ “ это превышение над выходным напряжением известно и составляет $1,5U_{\max}$. Очевидно, что для ПКН с суммированием взвешенных токов на образцовом сопротивлении это превышение будет нулевым.

В таблице представлены расчетные значения резисторов аттенюатора для различного числа двоично-взвешенных токов M и количества узловых точек L . Очевидно, что при $M=1$ и $L=16$ схема будет представлять собой ПКН с суммированием равных токов на аттенюаторе „ $R-2R$ “. Основной недостаток этого ПКН — большое количество прецизионных резисторов (49). Другой крайний случай — $M=16$, $L=1$ — представляет собой ПКН с суммированием взвешенных токов на входе операционного усилителя. Основной недостаток этого варианта ПКН: большой динамический диапазон взвешенных токов (и резисторов), который трудно реализовать в микроэлектронном исполнении. Промежуточные варианты дают определенные преимущества, в частности, по количеству прецизионных резисторов и точности суммирования разрядных токов.

Параметр	Значение					
	16	16	15	16	15	16
n	16	16	15	16	15	16
M	1	2	3	4	5	16
L	16	8	5	4	3	1
$K=2^M$	2	4	8	16	32	2^{16}
R_c	R	$3R$	$7R$	$15R$	$31R$	∞
R_2	$2R$	$4/3R$	$8/7R$	$16/15R$	$32/31R$	R
R_n	$2/3R$	$4/5R$	$8/9R$	$16/17R$	$32/33R$	R
$R_{\text{атт}}$	33	17	9	7	5	0
R	49	33	24	23	20	16

Для проверки основных положений рассмотренные структуры были исследованы экспериментально для вариантов с 4 и 5 узловыми точками. Проверялись следующие

характеристики: соответствие эквивалентных сопротивлений нагрузки в узловых точках теоретическим значениям; значения коэффициента деления каждой ячейки аттенюатора; пропорциональность выходных напряжений весовым коэффициентам двоичного ряда.

После подбора резисторов аттенюатора проверялись эквивалентные сопротивления нагрузки в каждой узловой точке — они соответствовали теоретическим с относительной погрешностью $\pm 0,5\%$. В режиме делителя напряжений при одновременном подключении всех генераторов тока к одной из узловых точек проверялось значение коэффициента деления между ячейками. И, наконец, поочередное подключение взвешенных генераторов тока к каждой из узловых точек позволяет проверить возможность формирования требуемых весовых коэффициентов.

Обе проверенные структуры показали возможность формирования требуемых весовых коэффициентов двоичного ряда при регулировке расчетных взвешенных токов в пределах $\pm 0,5\%$. Кроме того, проверялся результат суммирования весовых коэффициентов в разных узловых точках. Относительная погрешность суммирования из-за влияния внутренних сопротивлений генераторов тока, выполненных по каскадной схеме, не превышала $0,01\%$.

Для проведения прецизионных измерений использовался вольтметр универсальный В1-78. Резисторы аттенюатора выбирались из рядов Е-96 и Е-192 типов С1-29, С1-31 класса 0,1, номиналы подбирались с точностью $\pm 0,5\text{ Ом}$.

Разработанная структура ПКН с суммированием взвешенных токов в узловых точках аттенюатора обеспечивает формирование требуемых выходных напряжений для двоичного кода.

Метод суммирования взвешенных токов позволяет в 1,5—2 раза уменьшить количество прецизионных резисторов и обеспечивает возможность микроэлектронного исполнения ПКН высокой точности (погрешность $0,01\%$).

Следует отметить, что современные технологии напыления прецизионных резисторов обеспечивают погрешность отношений резисторов аттенюатора на уровне $0,1\%$, т.е. резисторы аттенюатора не нужно подгонять. Подстраивать необходимо только токозадающие резисторы генераторов тока (16 штук).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Galalu V. G. Digital analog converter for Fibonacci code // Мат. междунар. конф. „Оптимальные методы решения научных и практических задач“. Таганрог, 2005. Ч. 3. С. 16—20.
2. Ратхор Т. С. Цифровые измерения. АЦП / ЦАП. М.: Техносфера, 2006. 392 с.

Сведения об авторе

Валентин Гаврилович Галалу — канд. техн. наук, доцент; Технологический институт Южного федерального университета, кафедра автоматизированных систем научных исследований и экспериментов, Таганрог

Рекомендована кафедрой
автоматизированных систем
научных исследований и экспериментов

Поступила в редакцию
05.08.08 г.

ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 535.317.1;535.317.227;681.775.5;681.772.3

Л. Н. АНДРЕЕВ, А. В. БАХОЛДИН, Ю. К. ПРУНЕНКО

ОПТИКА ЦИФРОВОГО КИНЕМАТОГРАФА

Рассматриваются требования, предъявляемые к системам цифрового кинематографа. Определены основные характеристики проекционной и киносъёмочной оптики цифрового кинематографа.

Ключевые слова: цифровой кинематограф, анаморфотная оптика, расчет оптических систем.

В начале XXI в. возможность использования цифровых технологий записи изображений в области традиционного кино привела к созданию цифровой видеотехники. На основе телевидения высокой четкости (ТВЧ) и новой видеотехники была разработана система цифрового кинематографа. Под термином „цифровой кинематограф“ понимают совокупность процессов, которая приводит к публичному показу кинофильма электронными средствами, при этом особое значение придается проекторам, использующим цифровые изображения [1]. Основным преимуществом использования цифровой технологии в кинематографе является возможность записи, передачи и копирования информации без искажений — в форме, идентичной оригиналу. При использовании в работе с кинолентой аналоговых технологий происходит потеря качества информации в ходе копирования, передачи и особенно — воспроизведения изображения. Помимо того, цифровая форма представления информации значительно более гибкая, нежели аналоговая. Использование цифровых технологий приводит к экономии времени и финансовых средств на техническое оснащение, производство и постпроизводство кинокартин. Более подробно преимущества и недостатки уже созданных систем цифрового кинематографа в техническом и экономическом отношении рассмотрены в работах [2—4].

Ведущие киностудии США и Японии в 2005 г. опубликовали концепцию развития мирового цифрового кинематографа [5], которая, по существу, является техническим заданием на разработку комплекса технологических средств цифрового кинематографа, она стала основой для создания международных стандартов этого комплекса. В концепции изложен ряд требований, в основном относящихся к качеству изображения, которое должно быть как минимум сопоставимо с качеством систем традиционного (35-миллиметрового киноплёночного) кинематографа (или выше его). Предусматриваются только два класса систем цифрового кинематографа, разрешение которого — 2К и 4К — соответствует числу активных пикселей светочувствительной матрицы камеры и модулирующей матрицы проектора по горизонтали и вертикали — 2048/1080, 4096/2160. Частота смены кадров в системе 2К — 24 и 48 кадра в секунду, в системе 4К — 24 кадра в секунду [5].

Существуют различные модулирующие матрицы, построенные с использованием разных принципов преобразования излучения. В настоящей работе выбраны для расчетов две

модулирующие матрицы — DMD (Digital Micromirror Device), матрица с разрешающей способностью 2040/1080 пикселей и диагональю 0,94 дюйма [6], и LCOS (Liquid Crystal on Silicon), матрица с диагональю 1,27 дюйма и разрешающей способностью 4096/2400 пикселей [7].

При определении основных характеристик оптических систем камеры и электронного проектора следует исходить из качества воспринимаемого зрителем изображения. Качество зависит от разрешающей способности проекционной системы N_0 , ширины $Ш$ и высоты $В$ изображения на экране, расстояния от экрана до зрителей a_3 и угла визирования ω'_1 , а также от разрешающей способности оптической системы съемочной камеры. При этом на экране не должна быть различима пиксельная структура изображения.

Такие параметры зрительных залов, как размер рабочего поля киноэкрана, расстояние от зрителей до экрана, рассчитываются при кинотехнологическом проектировании кинозала в соответствии с рекомендациями ОСТ 19-154-2000 [8] и SMPTE EG 18-1994 [9]. Следует учесть, что в кинозале могут демонстрироваться фильмы разных кинематографических форматов. В настоящее время — это форматы с соотношением сторон изображения на экране 2,35:1 — широкоэкранный кино с анаморфированным кадром, 1,66:1 и 1,85:1 — широкоэкранный кино с кашетированным кадром, 1,37:1 — традиционный формат с использованием пленки 35 мм и формат 1,78:1 — ТВЧ. Результаты расчета основных геометрических параметров зрительных залов вместимостью 2050, 850 и 250 зрительских мест приведены в табл. 1 ($Д$ — длина зала; ширина рабочего поля киноэкрана при: $Ш_{ш}$ — широкоэкранный, $Ш_{к}$ — кашетированный, $Ш_{о}$ — обычной, $Ш_{ц}$ — ТВЧ проекции).

Таблица 1

Параметр	Вместимость зала, мест		
	2050	850	250
$Д$, м	45	36	25
$В$, м	8,55	7,56	5,32
$Ш_{ш}$, м	20,093	18	12,5
$Ш_{к}$, м	15,818	13,968	9,84
$Ш_{о}$, м	11,714	10,357	7,287
$Ш_{ц}$, м	15,219	13,456	9,468
a_3 , м	17,10	15,12	9,375

Зная основные параметры кинозала и размеры матриц, используемых в проекторах, можно определить основные характеристики проекционных объективов. На рис. 1 представлена принципиальная оптическая схема процесса проекции (y_p — размер пикселя модулирующей матрицы, a_2 — расстояние от матрицы проектора до объектива, ω'_2 — угловое поле в пространстве изображения проектора, ω'_3 — угловой размер пикселя, a'_2 — расстояние от объектива проектора до киноэкрана — в настоящей работе длина зрительного зала, γ — угловой предел разрешения глаза наблюдателя. Линейное увеличение объектива проектора $\beta_{\text{Юп}}$ при обычной, кашетированной, ТВЧ и широкоэкранный проекции находим из формулы:

$$\beta_{\text{Юп}} = -Ш/b,$$

где b — ширина модулирующей матрицы проектора.

Для широкоэкранный проекции с анаморфированным кадром применяют анаморфотные насадки или объективы, которые имеют разное линейное увеличение по горизонтали и вертикали и, как следствие — разные фокусные расстояния. Линейное увеличение такого объектива в вертикальном сечении $\beta_{\text{Юп}}$ определяется формулой:

$$\beta_{\text{Юп}} = -В/h,$$

где h — высота модулирующей матрицы проектора.

Отрицательное значение линейного увеличения означает, что оптическая система создаст перевернутое изображение.

Фокусное расстояние проекционного объектива $f'_{\text{Iоп}}$ определяется формулой:

$$f'_{\text{Iоп}} = \frac{a_2'^2}{a_2' - \beta_{\text{Iоп}}}$$

Фокусное расстояние анаморфотного объектива во втором сечении $f'_{\text{IIоп}}$ определяется формулой:

$$f'_{\text{IIоп}} = \frac{f'_{\text{Iоп}} \beta_{\text{IIоп}} (1 - \beta_{\text{Iоп}})^2}{\beta_{\text{Iоп}} (1 - \beta_{\text{IIоп}})^2}$$

Качество изображения, создаваемого „идеальной“ оптической системой, определяется в основном явлениями дифракции и непосредственно зависит от отношения задней апертуры A' к длине волны λ [10]. Требуемая разрешающая сила кинопроекторного объектива N_0 определяется условиями проекции — линейным увеличением $\beta_{\text{Iоп}}$ и расстоянием a_3 от зрителя до киноэкрана [11]:

$$N_0 \geq \frac{\beta_{\text{Iоп}}}{\gamma a_3}$$

При достаточной яркости и высоком контрасте деталей изображения угловой предел разрешения глаза можно принять равным одной угловой минуте, тогда задняя апертура A' определяется формулой:

$$A' = N_0 \lambda$$

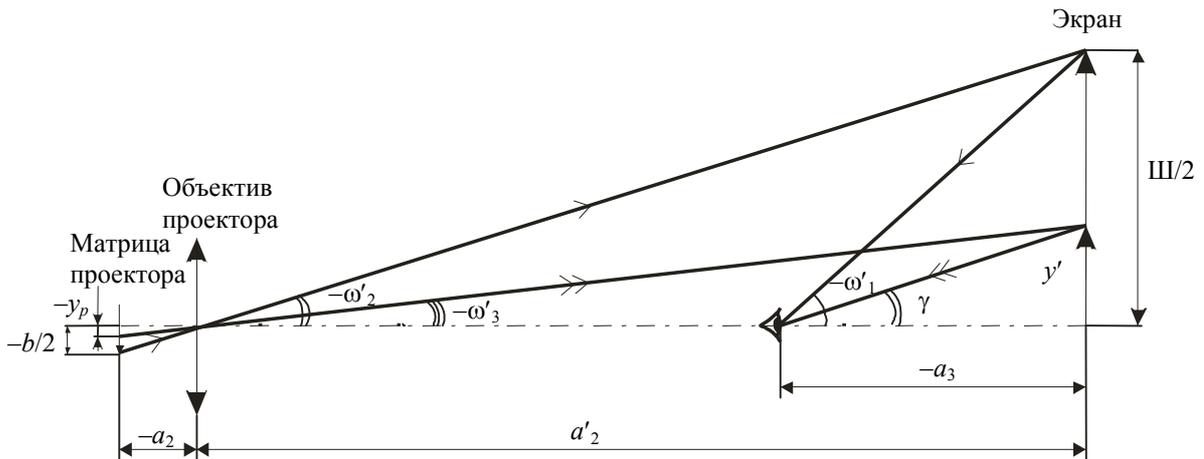


Рис. 1

Одним из условий проекции изображения высокого качества является неразличимость пиксельной структуры изображения, проявляющейся в виде наложенной на него сетки. Определить границу неразличимости пиксельной сетки, т.е. допустимый размер промежутка между пикселями модулирующей матрицы, на экране можно, зная величину угла, при котором объект не воспринимается глазом, а также параметры проекционного объектива и кинозала. Известно, что пороговое значение γ , при котором объект уже воспринимается глазом, составляет одну угловую минуту [12]. Из рис. 1 видно, что величину изображения на экране y' , уже видимую глазом, можно представить следующим образом:

$$y' = \text{tg}(\gamma) a_3, \tag{1}$$

тогда максимальный размер промежутка между пикселями y_g определяется формулой

$$y_{\text{Iг}} = \frac{y'}{\beta_{\text{Iоп}}} \tag{2}$$

При широкоэкранный проекции предельный размер промежутка между пикселями во втором сечении y_{IIg} определяется формулой

$$y_{IIg} = \frac{y'}{\beta_{IIоп}}. \quad (3)$$

Допустимый размер одного пикселя модулирующей матрицы y_p определяется из условия неразличимости пиксельной структуры изображения на киноэкране. Порог различимости двух светящихся точек возникает, когда угол, под которым они рассматриваются, больше или равен двум угловым минутам [12], тогда y_p находится по формулам (1)—(3). Результаты расчета для трех зрительных залов приведены в табл. 2 (увеличение и фокусное расстояние в горизонтальном и вертикальном сечениях, кроме формата 2,35:1, совпадают).

Таблица 2

Параметр	Вместимость зала, мест											
	2050				850				250			
	Кинематографический формат											
	1,37:1	1,85:1	2,35:1	1,78:1	1,37:1	1,85:1	2,35:1	1,78:1	1,37:1	1,85:1	2,35:1	1,78:1
DMD-матрица с диагональю 0,94 дюйма (пиксел 10,8 мкм)												
$\beta_{IIоп}$ ($\beta_{IIоп}$)	-565	-763	-969 (-733)	-734	-499	-674	-868 (-648)	-649	-351	-475	-603 (-456)	-457
A'	0,063	0,085	0,107	0,081	0,063	0,084	0,109	0,081	0,071	0,096	0,122	0,092
$f'_{IIоп}$ ($f'_{IIоп}$), мм	79,54	58,93	46,41 (61,34)	61,24	71,94	53,37	41,45 (55,49)	55,40	70,95	52,58	41,43 (54,72)	54,64
y_p , мкм	17,6	13,0	10,3	13,6	17,6	13,1	10,1	13,6	15,5	11,5	9,1	12,0
y_g , мкм	8,8	6,5	5,1	6,8	8,8	6,5	5,1	6,8	7,8	5,8	4,5	6,0
D-ILA-матрица с диагональю 1,27 дюйма (пиксел 6,8 мкм)												
$\beta_{IIоп}$ ($\beta_{IIоп}$)	-406	-548	-696 (-505)	-527	-359	-484	-624 (-447)	-466	-252	-341	-433 (-314)	-328
A'	0,045	0,061	0,077	0,058	0,045	0,061	0,078	0,058	0,051	0,069	0,088	0,066
$f'_{IIоп}$ ($f'_{IIоп}$), мм	110,64	81,98	64,6 (88,88)	85,2	100,1	74,25	57,68 (80,39)	77,07	98,66	73,13	57,66 (79,26)	76,00
y_p , мкм	24,5	18,2	14,3	18,9	24,5	18,2	14,1	18,9	21,6	16,0	12,6	16,6
y_g , мкм	12,3	9,1	7,1	9,4	12,2	9,1	7,0	9,4	10,8	8,0	6,3	8,3

Проанализировав данные табл. 2, можно заключить, что один и тот же проектор может быть использован для демонстрации фильмов в больших и малых кинозалах с набором объективов (см. табл. 2), необходимым для проекции фильмов различных форматов. Максимальные значения задней апертуры, определяемой разрешающей способностью матрицы, присущи анаморфотным объективам. Как показали расчеты, при использовании проекторов с разрешающей способностью 2К и 4К на экране не будет различима пиксельная структура изображения. Однако при показе широкоэкранных фильмов проекторы, созданные на основе DMD-матриц, не смогут обеспечить высокого качества изображения, так как на экране зритель будет различать пиксельную структуру изображения. Для демонстрации широкоэкранных фильмов во всех кинозалах нужно использовать проекторы с разрешающей способностью 4К. При показе фильмов других форматов высокое качество изображения будет обеспечиваться проекторами, имеющими модулирующие матрицы с разрешающей способностью 2К и более.

Правильная передача перспективы изображения обеспечивается при видимом увеличении $\bar{\Gamma}$, равном единице [13]. Фокусные расстояния объектива кинокамеры f'_I и при широкоэкранный проекции во втором сечении f'_{II} находятся из формул

$$f'_I = -\frac{a_1 a_3 \bar{\Gamma}}{a_3 \bar{\Gamma} + a_1 \beta_{IIоп} q},$$

$$f'_{II} = -\frac{a_1 a_3 \bar{\Gamma}}{a_3 \bar{\Gamma} + a_1 \beta_{IIop} q},$$

где a_1 — дистанция киносъемки (расстояние от предмета до объектива); q — отношение размера диагонали модулирующей матрицы проектора к диагонали светочувствительной матрицы камеры.

Линейное увеличение β оптических элементов, составляющих „цепочку“ формирования изображения (рис. 2) в каждом сечении определяется соответственно:

$$\beta = \beta_{Ik} \beta_{Iop},$$

$$\beta_2 = \beta_{IIk} \beta_{IIop},$$

где $\beta_{Ik} = f'_1 / (a_1 + f'_1)$ — линейное увеличение при съемке камерой; $\beta_{IIk} = f'_{II} / (a_1 + f'_{II})$ — линейное увеличение в вертикальном сечении при съемке камерой. На рис. 2 y_1 — линейный размер предмета.

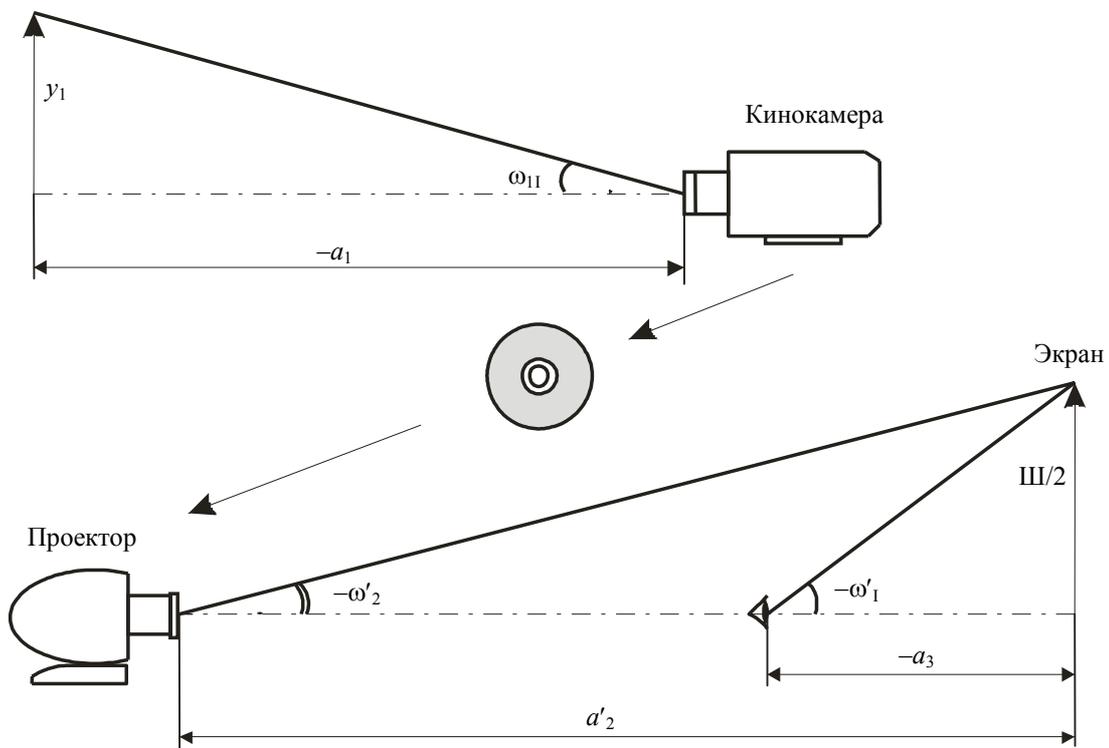


Рис. 2

Угловое поле объектива в пространстве предмета $2\omega_{II}$ находится из формулы

$$\operatorname{tg} \omega_{II} = -\frac{\text{Ш}}{2\beta a_1},$$

а во втором сечении $2\omega_{1II}$ находится соответственно

$$\operatorname{tg} \omega_{1II} = -\frac{\text{В}}{2\beta_2 a_1}.$$

Диафрагменное число k , которое также является основной характеристикой фотографических объективов, можно рассчитать через диаметр диска Эри и длину волны λ [10]:

$$k = \frac{d_э}{2,44\lambda}.$$

Исходя из предельной частоты Найквиста целесообразно, чтобы пятно рассеяния от отдельной точки предмета распределялось как минимум на площадке 2×2 элемента матрицы. Полученные значения диафрагменного числа не учитывают соответствия энергетическим

характеристикам светочувствительной матрицы. Для работы с малыми уровнями освещенности необходимо увеличение относительного отверстия.

Были рассчитаны основные характеристики киносъёмочных объективов, в качестве приемника оптического излучения использующих CMOS-матрицу Dунатах 35 Ultra [14], которые приведены в табл. 3 ($k=4,5$). Для расчетов было принято, что на следующем этапе формирования изображения используется проектор с D-ILA-матрицей 1,27 дюйма, а минимальная дистанция киносъёмки — $a_1 = 0,5$ м. Как видно из табл. 3, значения фокусных расстояний, угловых полей объективов для разных залов различаются несущественно и зависят в основном от кинематографического формата.

Таблица 3

Параметр	Вместимость зала, мест											
	2050				850				250			
	Кинематографический формат											
	1,37:1	1,85:1	2,35:1	1,78:1	1,37:1	1,85:1	2,35:1	1,78:1	1,37:1	1,85:1	2,35:1	1,78:1
f_{Imin} (f_{IImin}), мм	33,69	25,39	20,21 (27,41)	26,34	33,69	25,42	19,96 (27,41)	26,34	29,93	22,51	17,89 (24,31)	23,36
f_{Imax} (f_{IImax}), мм	36,10	26,73	21,04 (29,0)	27,78	36,1	26,76	20,77 (29,0)	27,78	31,8	23,56	18,55 (25,53)	24,48
$2\omega_1$ ($2\omega_{\text{III}}$), ...°	32	42	52 (23)	41	32	42	53 (23)	41	36	48	58 (26)	46

Из всего выше сказанного можно заключить, что при определении основных характеристик оптических систем цифрового кинематографа следует исходить как из габаритных соотношений максимальных размеров предмета и изображения, так и из требуемого качества изображения на киноэкране. Для обеспечения изображения высокого качества при проекции зритель не должен различать пиксельную структуру изображения в виде наложенной на него сетки. Расчеты подтвердили, что требованиям цифрового кинематографа удовлетворяют оптические системы с разрешающей способностью 2К и выше. Однако для создания (и показа) широкоэкранных фильмов нужно использовать технику на основе матриц с разрешающей способностью 4К (4096/2160 пикселей).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сравнение электронного и традиционного кинематографа [Электронный ресурс]: <http://www.era-tv.ru/catalogueEC/1_1_2.asp>.
2. Комар В. Г. Перспективы развития электронного цифрового и пленочного кинематографа // Broadcasting. Телевидение и радиовещание. 2003. № 2. С. 54—56.
3. Никаноров И. Цифровой кинематограф // Broadcasting. Телевидение и радиовещание. 2003. № 2. С. 57—60.
4. Блохин А., Винокур А., Елагина М. HDTV и кинематограф // Broadcasting. Телевидение и радиовещание. 2005. № 2. С. 52—54.
5. Семичастная В. НТК Современные технологии в кинематографе // Киномеханик. Новые фильмы. 2006. № 6. С. 13—19.
6. DLP Discovery 4000 [Electronic resource]: <http://www.dlp.com/regional/dlp_discovery/pdfs/DLP_Discovery_4000_2009.pdf>.
7. New Lineup of Proprietary D-ILA High-definition Reflective Liquid Crystal Devices [Electronic resource]: <http://www.jvc-victor.co.jp/english/press/2007/1-27_4k2k.pdf>.
8. ОСТ 19-154-2000. Кинотеатры и киноустановки. Технологические параметры зрительных залов. Введ. 01.05.2001.
9. SMPTE EG 18-1994. Design of Effective Cine Theaters. March, 1994.
10. Родионов С. А. Основы оптики. СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2000. 167 с.

11. Волосов Д. С. Фотографическая оптика: Теория, основы проектирования, оптические характеристики. М.: Искусство, 1978. 543 с.
12. Волков В. В., Горбань А. И., Джалишвили О. А. Клиническая визо- и рефрактометрия. Л.: Медицина, 1976. 216 с.
13. Шрёдер Г., Трайбер Х. Техническая оптика. М.: Техносфера, 2006. 424 с.
14. Dynamax 35 Ultra [Electronic resource]: <http://www.panavisionimaging.com/PDF/PB0005_041608.pdf>.

Сведения об авторах

- Лев Николаевич Андреев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра прикладной и компьютерной оптики
- Алексей Валентинович Бахолдин** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра прикладной и компьютерной оптики; E-mail: bakholdin@aco.ifmo.ru
- Юлия Константиновна Пруненко** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра прикладной и компьютерной оптики; E-mail: prunenکو_sju@mail.ru

Рекомендована кафедрой
прикладной и компьютерной оптики

Поступила в редакцию
22.06.09 г.

УДК 548.0:537

Д. А. КУЗНЕЦОВ, В. А. ЛЕБЕДЕВ, П. С. АНДРЕЕВ, В. И. СТРОГАНОВ

**ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ФАЗ СВЕТОВЫХ ВОЛН
ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ГАРМОНИК И ФОТОВОЛЬТАИЧЕСКОМ ЭФФЕКТЕ**

Проанализировано влияние разности фаз смешиваемых в нелинейном оптическом кристалле частотных компонент при генерации гармоник широкополосным излучением.

Ключевые слова: оптические гармоники, влияние начальных фаз, интенсивность излучения, фазовый синхронизм, оптический синхронизм.

Вопрос о влиянии разности фаз $\Delta\varphi$ смешиваемых в нелинейном оптическом кристалле световых волн рассматривался неоднократно. В работах [1, 2] на примере генерации разностных и суммарных частот лазерного (узкополосного) излучения было показано, что при выполнении условий фазового синхронизма $\Delta k = 0$ эффективность преобразования не зависит от $\Delta\varphi$. От $\Delta\varphi$ зависит только фаза преобразованного излучения.

При использовании для генерации гармоник суммарных и разностных частот широкополосного теплового излучения вопрос о влиянии начальных фаз многочисленных частотных компонент широкого спектра становится актуальным. Примером получения разностных частот могут служить экспериментальные работы по фоторефрактивному рассеянию света [3—5].

Генерация оптических гармоник. Предположим, что гармоники возбуждаются отдельными частотными компонентами $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ с начальными фазами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$

В этом случае квадратичная нелинейность χ_{jnl} для двух произвольно выбранных частот ω_1, ω_2 приводит к нелинейной поляризации среды:

$$P_i^H(\omega_3) = \chi_{ijl} E_n^{\omega_1} E_l^{\omega_2}, \quad (1)$$

где

$$E_n^{\omega_1} = E_{0n} \sin(\omega_1 t - k_1 z + \varphi_1); \quad E_l^{\omega_2} = E_{0l} \sin(\omega_2 t - k_2 z + \varphi_2). \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), имеем ($\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$):

$$P_j^H(\omega) = \frac{1}{2} \chi_{ijl} E_{0n} E_{0l} \left\{ -\cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)z + \varphi_1 + \varphi_2] + \right. \\ \left. + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)z + (\varphi_1 - \varphi_2)] \right\}. \quad (3)$$

В уравнении (3) знак „+“ соответствует суммарным частотам $\omega = \omega_1 + \omega_2$, а „-“ — разностным $\omega = \omega_1 - \omega_2$. Выше было отмечено, что рассматриваются только две произвольно выбранные частоты ω_1, ω_2 из широкого спектра, что справедливо обычно, когда значение Δk — расстройки фазового синхронизма — достаточно велико, а интенсивность преобразованного излучения мала. И взаимодействием типа $\omega \pm \omega_1$ и $\omega \pm \omega_2$ можно пренебречь.

Полагая, что на границе нелинейной среды интенсивность гармоник равна нулю, пренебрегая отраженной гармоникой, можно считать, что напряженность электрического поля преобразованного излучения $dE(\omega)$ в небольшой области с координатой z пропорциональна поляризации среды $dP(\omega)$ на частоте ω ($\omega = \omega_1 \pm \omega_2$) (в комплексной форме):

$$dE(\omega)_j \sim dP(\omega)_j = \chi_{jnl} E_{0n} E_{0l} \frac{1}{2} \exp i \{ \omega t - (k_1 \pm k_2)z + (\varphi_1 \pm \varphi_2) \} dz. \quad (4)$$

С учетом фазы излучения (ω_3) на выходе из кристалла длиной L имеем:

$$dE(\omega)_j = A \chi_{jnl} E_{0n} E_{0l} \exp i \{ \omega t - (k_1 \pm k_2)z + (\varphi_1 \pm \varphi_2) \} \exp i \{ -k(L-z) \} dz, \quad (5)$$

где A зависит от геометрии кристалла, k — волновой вектор преобразованной волны на частоте ω .

Для нахождения результирующего поля $E(\omega)$ на грани кристалла (L) проинтегрируем выражение (5) в пределах от нуля до L (i — мнимая единица):

$$E(\omega)_j = \frac{A \chi_{jnl} E_{0n} E_{0l}}{i[k - (k_1 \pm k_2)]} \left[\exp i \{ \omega t - (k_1 \pm k_2)L + (\varphi_1 \pm \varphi_2) \} - \right. \\ \left. - \exp i \{ \omega t - kL + (\varphi_1 \pm \varphi_2) \} \right]. \quad (6)$$

Выражение (6) получено в приближении заданного поля. Видно, что фазы свободной (второй член в (6)) и вынужденной (первый член в (6)) волн определяются начальными фазами $\varphi_1 \pm \varphi_2$ используемых частотных компонент ω_1 и ω_2 . Но для свободной и вынужденной волн они одинаковы, что не приводит к разности фаз на выходе из кристалла. В случае нарушенных условий фазового синхронизма $\Delta k = k - (k_1 \pm k_2) = 0$ между свободной и вынужденной волнами существует разность фаз только за счет оптической разности хода ΔkL .

В случае генерации оптических гармоник $\omega_1 = \omega_2$ разность фаз на выходе из кристалла для свободной и вынужденной гармоник 2ω определяется также только оптической разностью хода ΔkL . Хотя и свободная, и вынужденная гармоники содержат дополнительную фазу 2φ ($\varphi_1 = \varphi_2$), но она одинакова для них и к разности фаз на выходе из кристалла не приводит.

В случае широкополосного излучения каждая частотная компонента на входе в кристалл имеет свою фазу, которая отображается на выходе из кристалла $\varphi_1 \pm \varphi_2$ одинаковым образом в излучении свободной и вынужденной волн, следовательно, разность фаз на выходе из кристалла для свободной и вынужденной волн за счет разности фаз на входе для широкополосного излучения всегда равна нулю.

Излучение со случайными фазами φ_1, φ_2 на входе в кристалл приводит к генерации преобразованного излучения также со случайными фазами $\varphi_1 \pm \varphi_2$ (при расстройке фазового синхронизма).

Преобразуем выражение (6) к действительной форме:

$$E(\omega)_j = \frac{2A \chi_{jnl} E_{0j} E_{0n}}{i[k - (k_1 \pm k_2)]} \cos \left\{ \omega t - \frac{k + (k_1 \pm k_2)}{2} L + (\varphi_1 \pm \varphi_2) \right\} \sin \left\{ \frac{k_3 - (k_1 \pm k_2)}{2} L \right\}. \quad (7)$$

Из соотношения (7) видно, что при выполнении условий фазового синхронизма $\Delta k=0$:

$$E(\omega)_j = L \cos \left\{ \omega t - \frac{k + (k_1 \pm k_2)}{2} L + (\varphi_1 \pm \varphi_2) \right\}. \quad (8)$$

Условия фазового синхронизма $\Delta k=0$ не зависят от начальных фаз φ_1 и φ_2 , т.е. преобразование различных частотных компонент в кристалле происходит одинаково эффективно. Первоначальное излучение с набором компонент и после преобразования по частоте остается некогерентным со случайными фазами.

При преобразовании излучения на кубической нелинейности

$$P(\omega)_j = \theta_{jnlm} E_n E_l E_m \quad (9)$$

выражение для свободной и вынужденной волн аналогично (6). Преобразованная частота $\omega = \omega_1 + \omega_2 \pm \omega_3$; волновой вектор $k = k_1 + k_2 \pm k_3$; начальные фазы для смешиваемых частот — φ_1 , φ_2 и φ_3 .

Вывод аналогичен (по сравнению с квадратичной нелинейностью). Свободная и вынужденная волны имеют дополнительную одинаковую фазу $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \pm \varphi_3$ за счет фаз смешиваемых компонент. При преобразовании широкополосного теплового излучения по частоте в кристалле на кубической нелинейности некогерентность и хаотичность фаз сохраняются.

Эффект оптического выпрямления и фотовольтаический эффект. На квадратичной нелинейности возможно „оптическое выпрямление“ [2] ($\omega = \omega_1 - \omega_2$, $\omega_1 = \omega_2$, $\omega = 0$). Аналогом данного эффекта в фоторефрактивных средах является фотовольтаический эффект:

$$J_j = \kappa \chi_{jnl} E_{0n} E_{0l} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)z + (\varphi_1 - \varphi_2)], \quad (10)$$

где J_j — плотность тока в кристалле, κ — коэффициент поглощения излучения [6].

Для лазерного излучения оба эффекта существуют при любых значениях φ_1 и φ_2 используемых компонент, но эффективность „оптического выпрямления“ зависит от разности $\varphi_1 - \varphi_2$, на него влияет разность $(k_1 - k_2)z$, связанная с двулучепреломлением кристалла. Например, P_j^H может оказаться промодулированной вдоль одной из координат. Это приводит к существенно-му уменьшению эффекта. Обычно выбирается такой срез кристалла, при котором $(k_1 - k_2)z = 0$.

При использовании широкополосного излучения наличие разных частотных компонент $\omega_n \neq \omega_l$ приводит к тому, что значения $(\varphi_1 - \varphi_2)$ хаотически меняются, поэтому их вклад равен нулю.

Если $\omega_n = \omega_l$, т.е. используется одна и та же частотная компонента $\varphi_1 = \varphi_2$, то фотовольтаический и фоторефрактивный эффекты наблюдаются, поскольку $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$; $\omega_1 - \omega_2 = 0$; $J_j = \kappa \chi_{jnl} E_{0n} E_{0l} \cos[(k_1 - k_2)z]$.

Фотовольтаический эффект для широкополосного излучения экспериментально наблюдался в работе [6].

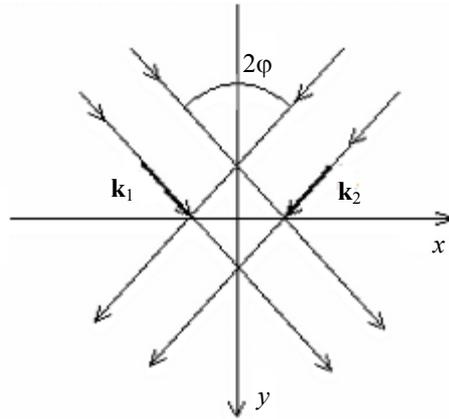
На кубической нелинейности в случае $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$:

$$J_j \sim \theta_{jnlm} E_{0n} E_{0l} E_{0m} \cos \{ (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)t - (k_1 + k_2 - k_3)z + (\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3) \}. \quad (11)$$

Отметим, что фотовольтаический эффект на кубической нелинейности является когерентным. Он проявляется только в том случае, когда частоты ω_1 , ω_2 , ω_3 и фазы φ_1 , φ_2 , φ_3 жестко связаны, например $\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 = 0$ и $\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 = 0$. Такая связь обычно реализуется при генерации излучения второй гармоники в стеклах или оптических волокнах [7—9].

Если начальные фазы φ_1 , φ_2 и φ_3 быстро и хаотично изменяются (при широкополосном излучении), то фотовольтаический эффект не наблюдается.

Запись голографических решеток. Рассмотрим влияние начальных фаз φ_1 и φ_2 световых волн, используемых для записи голографических решеток (см. рисунок).



В области пересечения двух монохроматических лучей (ω) результирующее электрическое поле E равно:

$$E = E_0 \sin(\omega t - \mathbf{k}_1 \mathbf{r} + \varphi_1) + E_0 \sin(\omega t - \mathbf{k}_2 \mathbf{r} + \varphi_2) =$$

$$= 2E_0 \cos \left[\frac{(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \mathbf{k}_2 \mathbf{r} + \varphi_1 - \varphi_2)}{2} \right] \sin \left[\omega t - \frac{(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \mathbf{r} + \varphi_1 + \varphi_2}{2} \right], \quad (12)$$

Учитывая, что $\mathbf{k}_1 \mathbf{r} = k_x x + k_y y$; $\mathbf{k}_2 \mathbf{r} = -k_x x + k_y y$; $k_1 = k_2 = k$; $k_x = k \cos \varphi$; $k_y = k \sin \varphi$, получим:

$$E = 2E_0 \cos \left\{ k \sin(\varphi) x + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right\} \sin \left\{ \omega t - k \cos(\varphi) y + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right\}. \quad (13)$$

Видно, что запись голографических решеток (т.е. положение максимумов и минимумов по координате x) зависит от разности фаз используемых световых волн.

Полученные результаты показывают, что при использовании широкополосного излучения возможна запись оптического изображения в фоторефрактивных кристаллах за счет квадратичной нелинейности, экспериментальное подтверждение этому представлено в работах [6, 10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коростелева И. А., Строганов В. И. Разность фаз и генерация оптических гармоник // Оптические и электрические процессы в кристаллах: Сб. научн. тр. Хабаровск: Изд-во ДВГАПС, 1996. С. 97—98.
2. Кривошеков Г. В., Строганов В. И. Влияние двойного лучепреломления в кристаллах на эффект оптического выпрямления // Опт. и спектр. 1970. Т. 28, № 6. С. 1214—1215.
3. Обуховский В. В. Процессы фоторефрактивного рассеяния света в кристаллах. Автореф. дисс. ... докт. физ.-мат. наук. Киев, 1989. 32 с.
4. Петров М. П., Степанов С. И. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб: Наука, 1992. 320 с.
5. Скоблецкая О. В., Строганов В. И. Селективное фоторефрактивное рассеяние. Хабаровск: Изд-во ДВГАПС, 1996. С. 94—97.
6. Лихшин В. В. Запись изображения и сопутствующие эффекты в легированных кристаллах ниобата лития. Автореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Хабаровск: ДВГУПС, 2007. 17 с.
7. Глуценко Ю. В., Смирнов В. Б. Фотоиндуцированная генерация второй гармоники в стеклянных волоконных световодах // Опт. и спектр. 1992. Т. 72, № 4. С. 990—1011.
8. Бутов О. В., Голант К. М., Томашук А. Л. Спектральная зависимость фоторефрактивного эффекта в кварцевом стекле, легированном азотом // Квант. электрон. 2000. Т. 30, № 6. С. 517—519.

9. *Вострикова Л. И.* Оптические фотоэлектрические явления в стеклах, обусловленные воздействием двухчастотного взаимнокогерентного поля. Автореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск: Ин-т физики полупроводников СОАН, 2002. 18 с.
10. *Сюй А. В., Строганов В. И., Лихтин В. В.* Градиентная запись изображения в кристаллах ниобата лития // Оптич. журн. 2007. Т. 74, № 6. С. 17—19.

Сведения об авторах

- Дмитрий Анатольевич Кузнецов** — аспирант; Дальневосточный государственный университет путей сообщения, кафедра физики, Хабаровск; E-mail: dmitry.smith@khsru.ru
- Валерий Александрович Лебедев** — Дальневосточный государственный университет путей сообщения, кафедра физики, Хабаровск; ст. преподаватель; E-mail: garmonica@festu.khv.ru
- Павел Сергеевич Андреев** — аспирант; Дальневосточный государственный университет путей сообщения, кафедра физики, Хабаровск; E-mail: paha@khsru.ru
- Владимир Иванович Строганов** — д-р физ.-мат. наук; Дальневосточный государственный университет путей сообщения, кафедра физики, Хабаровск; E-mail: garmonica@festu.khv.ru

Рекомендована кафедрой
физики

Поступила в редакцию
05.08.09 г.

ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

УДК 536.2

А. Н. СОКОЛОВ, Н. Н. ТАРНОВСКИЙ

ТЕПЛОВЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ НЕРАЗЪЕМНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Приведены тепловые и математические модели соединений, в которых температурные поля деталей рассматриваются одномерными, коэффициенты теплопроводности материалов и теплообмена через прослойку от температуры и координат не зависят, теплообмен на наружных поверхностях деталей отсутствует. Получены точные и приближенные для частных случаев формулы, определяющие тепловые сопротивления соединений при одинаковых и противоположных направлениях тепловых потоков, поступающих в соединения и вытекающих из него.

Ключевые слова: тепловое сопротивление, теплопередача, контактное сопротивление.

Во многих объектах приборостроения встречаются соединения внахлест деталей, имеющих форму пластин и соосных колец. Детали могут быть соединены болтами или клеем, разделены слоем пасты или тонкой газовой прослойкой. Схематические изображения таких соединений представлены на рис. 1, 2 (*a* — при одинаковом, *b* — при противоположном направлении потоков, протекающих в обеих пластинах и обоих кольцах — рис. 1 и 2 соответственно).

При выполнении тепловых расчетов приборов необходимо вычислять тепловые сопротивления подобных соединений деталей. Авторам известна одна работа, посвященная расчету теплового сопротивления штыревого электрического разъема [1], конструкция которого подобна соединению деталей, изображенному на рис. 1, *a*.

В настоящей работе рассмотрены тепловые и математические модели соединений внахлест двух пластин и двух колец, разделенных теплопроводящей прослойкой, в которых тепловые потоки протекают в одном или противоположных направлениях.

Получены соотношения, определяющие тепловое сопротивление между деталями с учетом теплообмена через прослойку.

Тепловая модель соединения. Поместим начало координат на торце пластины, на котором задан тепловой поток. Длина общего участка пластин в направлении оси x — L , ширина пластин — H , толщина пластин δ_1 и δ_2 , пластины разделены тонкой теплопроводящей прослойкой (см. рис. 1). Для соединения двух колец толщиной δ_1 и δ_2 с внутренним r_1 и внешним радиусом r_2 начало координат поместим на общей оси соединения (см. рис. 2).

Сделаем следующие допущения:

- температурные поля пластин неравномерны только в направлении оси x ($\delta \ll L$, $L \ll H$), колец — только вдоль радиуса;
- наружные поверхности соприкасающихся пластин и колец теплоизолированы;
- коэффициент теплообмена k через прослойку, разделяющую детали, и коэффициенты теплопроводности λ_1 и λ_2 материалов пластин и колец не зависят ни от температуры, ни от координат.

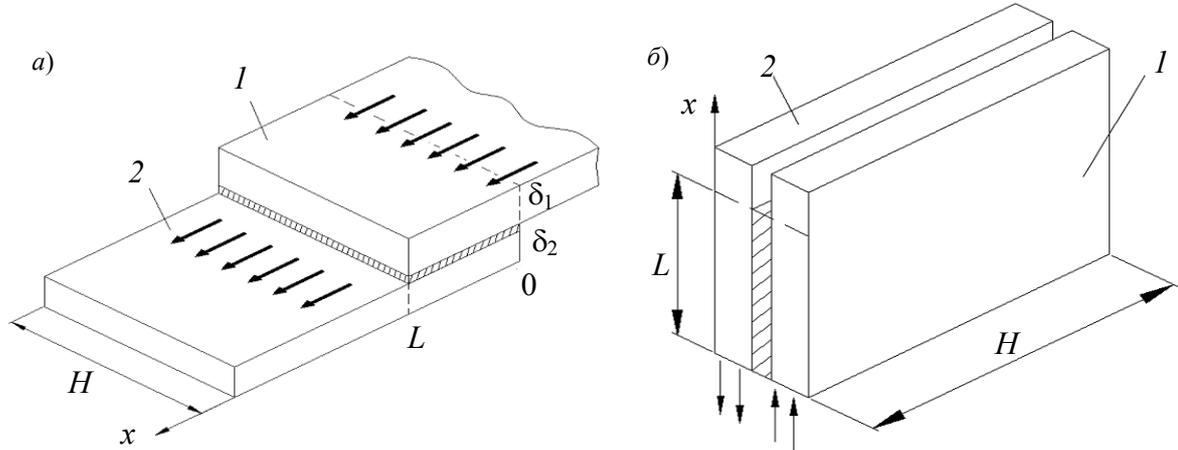


Рис. 1

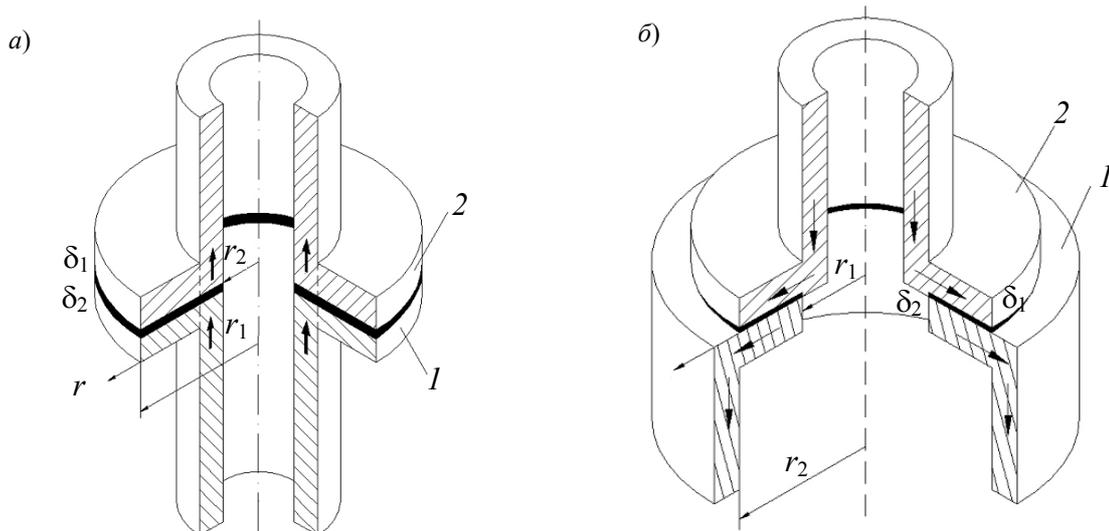


Рис. 2

Математическая модель соединения. Рассмотрим тепловой баланс бесконечно малого элемента соединения, получим систему двух уравнений теплопроводности, описывающих распределение температуры в пластинах и кольцах в области соединения, $t(\eta)$ и $u(\eta)$, в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 t(\eta) - b_1^2 [t(\eta) - u(\eta)] &= 0, & b_1^2 &= \frac{k}{\lambda_1 \delta_1}, \\ \nabla^2 u(\eta) - b_2^2 [u(\eta) - t(\eta)] &= 0, & b_2^2 &= \frac{k}{\lambda_2 \delta_2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где η — обобщенная координата, которая изменяется в пределах $\eta_1 < \eta < \eta_2$; ∇ — оператор Гамильтона, который для декартовых координат равен $\nabla^2 = \frac{d^2}{d\eta^2}$ и $\nabla^2 = \frac{d^2}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta}$ — для

полярных координат; $t(\eta)$, $u(\eta)$ — распределение температуры в деталях, в которые тепловой поток поступает и из которых вытекает соответственно.

Общее решение системы уравнений (1), полученное операторным методом [2], имеет следующий вид для пластин:

$$\begin{aligned} t(\eta) &= C_1 e^{a\eta} + C_2 e^{-a\eta} + C_3 + C_4 \eta, \\ u(\eta) &= -C_1 \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 e^{a\eta} - C_2 \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 e^{-a\eta} + C_3 + C_4 \eta, \end{aligned} \quad (2)$$

а для колец

$$\begin{aligned} t(\eta) &= A_1 \ln(\eta) + A_2 + A_3 \left(\frac{b_1}{a}\right)^2 I_0(a\eta) + A_4 \left(\frac{b_1}{a}\right)^2 K_0(a\eta), \\ u(\eta) &= A_1 \ln(\eta) + A_2 - A_3 \left(\frac{b_2}{a}\right)^2 I_0(a\eta) - A_4 \left(\frac{b_2}{a}\right)^2 K_0(a\eta). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $a = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$; I_0, K_0 — функции Бесселя; C_i, A_i — произвольные постоянные.

Чтобы получить частные решения уравнений пластин (2) и колец (3), рассмотрим граничные условия для двух случаев. В первом случае тепловой поток, входящий в соединение через поперечное сечение первой детали, распространяется вдоль нее, перетекает через границу раздела во вторую деталь и покидает соединение в том же направлении через противоположное сечение второй детали.

Во втором случае тепловой поток, входящий в соединение через поперечное сечение первой детали, распространяется вдоль нее, перетекает через границу раздела во вторую деталь и покидает соединение через сечение второй детали в направлении, противоположном направлению входящего теплового потока.

Граничные условия для пластин и колец запишем в виде:

$$-\lambda_1 F_1 \frac{dt}{d\eta} \Big|_{\eta=\eta_1} = \Phi, \quad \frac{dt}{d\eta} \Big|_{\eta=\eta_2} = 0, \quad \frac{du}{d\eta} \Big|_{\eta=\eta_1} = 0, \quad u|_{\eta=\eta_2} = u_0, \quad (4)$$

$$-\lambda_1 F_1 \frac{dt}{d\eta} \Big|_{\eta=\eta_1} = \Phi, \quad \frac{dt}{d\eta} \Big|_{\eta=\eta_2} = 0, \quad \frac{du}{d\eta} \Big|_{\eta=\eta_2} = 0, \quad u|_{\eta=\eta_1} = u_0, \quad (5)$$

где u_0 — температура на торце; Φ — тепловой поток, поступающий в деталь.

Выражения для C_i, A_i ($i=1, 2, 3, 4$) имеют громоздкий вид, поэтому здесь не приводятся.

Тепловое сопротивление соединения пластин и колец определим как отношение разности температуры торцов, через которые тепловой поток поступает в соединение и вытекает из него, к величине теплового потока, поступающего в соединение.

Для граничных условий, соответствующих двум указанным случаям, тепловые сопротивления определим по формулам:

$$R_I = \frac{t(\eta_1) - u(\eta_2)}{\Phi}, \quad (6)$$

$$R_{II} = \frac{t(\eta_1) - u(\eta_1)}{\Phi}. \quad (7)$$

При определении значений R_I и R_{II} соединений пластин необходимо воспользоваться следующими соотношениями: $\eta = x$, $\eta_1 = 0$, $\eta_2 = L$, $F_1 = \delta_1 H$; для соединений колец $\eta = r$, $\eta_1 = r_1$, $\eta_2 = r_2$, $F_1 = 2\pi\delta_1 r_1$.

Тепловое сопротивление соединения пластин. Выражение для теплового сопротивления соединения пластин при граничных условиях (4), полученное из уравнений (2) и (6), имеет вид:

$$R_I = \frac{L}{\lambda_2 \delta_2 H} \frac{1}{1+\xi} \left[\frac{1}{aL\xi \operatorname{sh}(aL)} (\operatorname{ch}(aL) + \xi^2 \operatorname{ch}(aL) + 2\xi) + 1 \right]. \quad (8)$$

Выражение для теплового сопротивления соединения пластин при встречном направлении тепловых потоков и граничных условиях (5), вычисленное из уравнений (2) и (7), имеет вид:

$$R_{II} = \frac{1+\xi}{\lambda_1 \delta_1 H a} \operatorname{cth}(aL). \quad (9)$$

В выражениях (8) и (9) параметр $\xi = \frac{b_2^2}{b_1^2} = \frac{\lambda_1 \delta_1}{\lambda_2 \delta_2}$ представляет собой отношение удельных тепловых сопротивлений пластин, преодолеваемых тепловым потоком, протекающим вдоль оси x .

Выражения для тепловых сопротивлений пластин (8) и (9) можно представить в иной форме, используя соотношение для теплового сопротивления плоской стенки и следующие обозначения:

$$R_1 = \frac{L}{\lambda_1 F_1}, \quad R_2 = \frac{L}{\lambda_2 F_2}, \quad \sigma_k = kS, \quad (10)$$

где $F_1 = \delta_1 H$, $F_2 = \delta_2 H$ — площадь перпендикулярных оси Ox поперечных сечений деталей 1 и 2 соответственно; $S = LH$ — площадь соприкосновения деталей.

Параметры R_1 и R_2 определяют тепловые сопротивления пластин между торцами при отсутствии теплообмена на образующих поверхностях; $\sigma_k = \frac{1}{R_k}$ определяет тепловую проводимость прослойки между образующими поверхностями пластин.

С учетом (10) выражения (8) и (9) будут иметь вид:

$$R_I = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left[\frac{\operatorname{cth}(\sqrt{\sigma_k (R_1 + R_2)})}{\sqrt{\sigma_k (R_1 + R_2)}} \left(\left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{R_1} \right) + 2 \operatorname{sch}(\sqrt{\sigma_k (R_1 + R_2)}) \right) + 1 \right], \quad (11)$$

$$R_{II} = (R_1 + R_2) \frac{\operatorname{cth}(\sqrt{\sigma_k (R_1 + R_2)})}{\sqrt{\sigma_k (R_1 + R_2)}}. \quad (12)$$

В инженерной практике часто встречаются случаи, когда либо тепловое сопротивление одной пластины много больше сопротивления другой ($R_1 \gg R_2$), либо тепловые сопротивления пластин одинаковы ($R_1 = R_2$), либо тепловое сопротивление прослойки мало по сравнению с суммарным тепловым сопротивлением пластин ($R_1 + R_2 \gg R_k$). В этих случаях формулы для тепловых сопротивлений можно упростить, их вид приведен в табл. 1.

Таблица 1

Частный случай	R_I	R_{II}
$R_1 = R_2 = R_0$	$\frac{R_0}{2} \left[\frac{\operatorname{cth} \left(\sqrt{\sigma_k} \frac{R_0}{2} \right)}{\sqrt{\sigma_k} \frac{R_0}{2}} + 1 \right]$	$\sqrt{\frac{2R_0}{\sigma_k}} \operatorname{cth} \left(\sqrt{2\sigma_k} R_0 \right)$
$R_1 \gg R_2$	$\sqrt{\frac{R_1}{\sigma_k}} \operatorname{cth} \left(\sqrt{\sigma_k} R_1 \right)$	$\sqrt{\frac{R_1}{\sigma_k}} \operatorname{cth} \left(\sqrt{\sigma_k} R_1 \right)$
$R_1 + R_2 \gg R_k$	$\frac{1}{R_1 + R_2} \left[\frac{R_1^2 + R_2^2}{\sqrt{\sigma_k} (R_1 + R_2)} + R_1 R_2 \right]$	$\sqrt{\frac{R_1 + R_2}{\sigma_k}}$

Приведенные в табл. 1 выражения для тепловых сопротивлений значительно упрощаются в случае, если $\operatorname{cth}(y)=1$, что имеет место при $y > 3$.

Формулы, приведенные для случая равенства тепловых сопротивлений пластин, являются точными, для остальных случаев — приближенными.

Тепловое сопротивление соединения колец. Выражения для тепловых сопротивлений соединений колец, R_I и R_{II} , в соответствии с формулами (6) и (7) при граничных условиях соответственно (4) и (5) имеют вид:

$$R_I = \frac{1}{2\pi\lambda_2\delta_2} \frac{1}{1+\xi} \left[\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{aZ} \left(\frac{1}{\xi} \frac{B_1}{r_1} + \frac{2}{ar_1r_2} + \xi \frac{B_2}{r_2} \right) \right], \quad R_{II} = \frac{a}{2\pi kr_1} \frac{B_1}{Z}, \quad (13)$$

здесь введены следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= K_1(ar_2)I_0(ar_1) + I_1(ar_2)K_0(ar_1), \\ B_2 &= K_1(ar_1)I_0(ar_2) + I_1(ar_1)K_0(ar_2), \\ Z &= K_1(ar_1)I_1(ar_2) - I_1(ar_1)K_1(ar_2). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Отметим, что при выводе соотношений (13) использовано следующее свойство определителя Вронского W для функций $I_0(ar)$ и $K_0(ar)$ [3]:

$$W(I_0(ar), K_0(ar)) = -1/r.$$

Выражения для тепловых сопротивлений колец, соединенных внахлест, выразим через критерий Био, которые, следуя [4], определим по формулам:

$$Bi_1 = \frac{k}{\lambda_1\delta_1} r_2^2, \quad Bi_2 = \frac{k}{\lambda_2\delta_2} r_2^2, \quad Bi_s = Bi_1 + Bi_2.$$

Преобразуем формулы (13):

$$R_I = \frac{Bi_1}{2\pi\lambda_2\delta_2 Bi_s} \left[\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_2}{Z\sqrt{Bi_s}} \left(\frac{Bi_1}{Bi_2} \frac{B_1}{r_1} + \frac{2}{r_1\sqrt{Bi_s}} + \frac{Bi_2}{Bi_1} \frac{B_2}{r_2} \right) \right], \quad R_{II} = \frac{\sqrt{Bi_s}}{2\pi kr_1 r_2} \frac{B_1}{Z}; \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= K_1 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \right) I_0 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \frac{r_1}{r_2} \right) + I_1 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \right) K_0 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \frac{r_1}{r_2} \right), \\ B_2 &= K_1 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \frac{r_1}{r_2} \right) I_0 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \right) + I_1 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \frac{r_1}{r_2} \right) K_0 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \right), \\ Z &= K_1 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \frac{r_1}{r_2} \right) I_1 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \right) - I_1 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \frac{r_1}{r_2} \right) K_1 \left(\sqrt{\text{Bi}_s} \right). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Некоторые частные случаи тепловых сопротивлений колец сведены в табл. 2, при этом коэффициенты B_1 , B_2 , Z определяются по формулам (16), где $\text{Bi}_s = 2\text{Bi}$.

Таблица 2

Частный случай	R_I	R_{II}
$\text{Bi}_1 = \text{Bi}_2 = \text{Bi}$	$\frac{1}{4\pi\lambda_2\delta_2} \left[\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\sqrt{2\text{Bi}}} \frac{r_2}{r_1} \frac{B_1}{Z} + \frac{r_2}{r_1} \frac{1}{Z\text{Bi}} + \frac{1}{\sqrt{2\text{Bi}}} \frac{B_2}{Z} \right]$	$\frac{1}{\pi r_1 \sqrt{2\lambda_1\delta_1 k}} \frac{B_1}{Z}$
$\text{Bi}_2 \gg \text{Bi}_1$ $\text{Bi}_2 > 50$	$\frac{1}{2\pi k r_2^2} \left(\text{Bi}_1 \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + \sqrt{\text{Bi}_2} \right)$	$\frac{1}{2\pi r_1 \sqrt{\lambda_2\delta_2 k}}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методика расчета теплового сопротивления штыревых электрических разъемов / Сушко В. Ю., Кораблев В. А., Шарков А. В. // Изв. вузов. Приборостроение. 2005. Т. 48, № 9. С. 51—54.
2. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1961.
3. Никифоров А. Ф., Уваров В. Б. Специальные функции математической физики. М.: Наука, 1984.
4. Дульнев Г. Н., Семяшкин Э. М. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. Л., 1969.

Сведения об авторах

Антон Николаевич Соколов

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга;
E-mail: dioux@rambler.ru

Николай Николаевич Тарновский

— канд. техн. наук; Комета, Санкт-Петербург; ст. научный сотрудник

Рекомендована кафедрой
компьютерной теплофизики
и энергофизического мониторинга

Поступила в редакцию
29.05.08 г.

ИНФОРМАЦИЯ

СООБЩЕНИЕ О КОНКУРСЕ ВЫПУСКНЫХ КВАЛИФИКАЦИОННЫХ РАБОТ СПЕЦИАЛИСТОВ, БАКАЛАВРОВ, МАГИСТРОВ „ПРИБОРОСТРОЕНИЕ. ОПТОТЕХНИКА. ФОТОНИКА И ОПТОИНФОРМАТИКА“ 2009 г.

14-й Всероссийский конкурс выпускных квалификационных работ (ВКР) специалистов, бакалавров, магистров „Приборостроение. Оптотехника. Фотоника и Оптоинформатика“ в 2009 г. проведен Санкт-Петербургским государственным университетом информационных технологий, механики и оптики (СПбГУ ИТМО) — базовым вузом по образованию в области приборостроения и оптотехники. Конкурсы проводятся с 1996 г. в соответствии с решением Совета учебно-методического объединения по образованию в области приборостроения и оптотехники (далее — Совет УМО). Для координации организации и проведения студенческих олимпиад и конкурсов в составе УМО создан Совет по студенческим олимпиадам и конкурсам. Совет собирается один-два раза в год и обсуждает методические и другие текущие вопросы организации и проведения студенческих олимпиад и конкурсов, проводимых вузами России, реализующими учебные программы высшего профессионального образования в области приборостроения, оптотехники, фотоники и оптоинформатики. Советом разработана и утверждена методика оценки ВКР, поступивших на конкурс.

Конкурс выпускных квалификационных работ специалистов, бакалавров, магистров „Приборостроение. Оптотехника. Фотоника и Оптоинформатика“ 2009 г. проводился в соответствии с Приказом Министерства образования и науки РФ № 254 от 13.03.2009 г. „Об организации и проведении Всероссийской студенческой олимпиады 2009 г.“, в котором утверждены сроки и регламент проведения мероприятий олимпиады. Состав оргкомитета, жюри и рабочей группы конкурса утвержден приказом ректора СПбГУ ИТМО №436-од от 03.11.2009 г. Этим же приказом утверждено Положение о конкурсе.

С 2006 г. конкурсы ВКР проводятся с использованием электронных средств связи (сети Интернет) на этапах получения и рецензирования ВКР.

В 2009 г. в рабочую группу конкурса выпускных квалификационных работ по оптотехнике, фотонике и оптоинформатике поступило 29 работ из 10 вузов РФ. Участниками Всероссийского конкурса ВКР 2009 г. стали: Владимирский государственный университет (ВГУ), Военная академия ракетных войск стратегического назначения (ВАРВСН) им. Петра Великого, Казанский государственный технический университет (КГТУ) им. А. Н. Туполева (филиал „Восток“), Кемеровский государственный университет (КГУ), Орловский государственный технический университет (ОГТУ), Самарский государственный технический университет (СГТУ), Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Северо-Западный государственный заочный технический университет (СЗТУ), Сибирская государственная геодезическая академия (СГГА), Тульский государственный университет (ТГУ).

Среди поступивших ВКР — 22 работы специалистов, 4 работы бакалавров и 3 магистерских диссертации.

На конкурс поступили 4 работы, результаты которых опубликованы в открытой печати, всего таких публикаций 10.

Материалы 9 работ апробированы на конференциях различного уровня с последующей публикацией докладов. Авторы работ, представленных к награждению дипломами конкурса, 20 раз докладывали их предварительные результаты на различных конференциях.

Авторы 19 работ использовали при их написании материалы научных статей и конференций.

Документы о практическом использовании результатов работ присутствуют в материалах 3 ВКР.

По результатам конкурса определены следующие победители:

— Анисимов Андрей Геннадьевич (СПбГУ ИТМО) — I место;

— Фесько Юрий Александрович (СГГА) — II место;

— Кривоносов Дмитрий Александрович (СГТУ) — III место;

— Шапурин Максим Валерьевич (ВАРВСН им. Петра Великого) — диплом за лучшую бакалаврскую работу;

— Анцифорова Елена Владимировна (ОГТУ) — диплом за комплексное раскрытие темы;

— Зюлин Артем Валентинович (КГТУ, филиал „Восток“) — диплом за комплексное раскрытие темы;

— Малыгин Александр Николаевич (СЗГТУ) — диплом за лучший обзор существующих методов и приборов таможенного контроля.

Награды лауреатов конкурса вручены представителям их вузов во время заседания Совета УМО по образованию в области приборостроения и оптоэлектроники, которое состоялось 26 ноября 2009 г.

Награды вручены вместе с подарками, предоставленными спонсорами конкурса: ОАО „ЛОМО“, ЗАО НПФ „Уран“.

Председатель оргкомитета,
проректор по развитию СПбГУ ИТМО
В. О. НИКИФОРОВ

Председатель рабочей группы конкурса
С. С. ГВОЗДЕВ

Секретарь рабочей группы конкурса
Л. А. ХАМИТОВА

SUMMARY

P. 3—8.

TRAINING PROCEDURE IN DEVELOPMENT OF MODELS FOR COMPLEX SYSTEM TECHNICAL STATE CONTROL

Existing technologies of training in development of mathematical models of complex systems as objects under control are analyzed. A new training technology is proposed which implies a special grouping of images used in the training procedure and ranging of the groups to increase the procedure convergence rate. Some advantages and peculiarities of training procedures using orthonormal trigonometrical basis in models of control over correctness of complex system operation are considered.

Keywords: training procedure, technical state, training selection, recurrent relation, grouping and ranging, orthonormal trigonometrical basis.

Data on author

Valentin I. Senchenkov — Dr. Techn. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Special Technological Systems of Space Complexes, St. Petersburg;
E-mail: svi9@rambler.ru

P. 9—15.

SYNTHESIS OF ITERATIVE ALGORITHMS OF SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS AND NONLINEAR EQUATIONS

A method is proposed for synthesis of iterative algorithms of solution of nonlinear boundary value problems and equations. The method employs approximated solutions for several simplified model problems. Application of the method for the problem of pulsed control over a space vehicle flight is presented.

Keywords: iterative algorithm, a boundary value problem, nonlinear equations.

Data on authors

Vyacheslav I. Mironov — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg Institute of Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences; E-mail: mironuv@yandex.ru
Yury V. Mironov — Dr. Techn. Sci., St. Petersburg Institute of Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences; Senior Scientist; E-mail: mironuv@yandex.ru
Rafael M. Yusupov — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg Institute of Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences; E-mail: spiiran@iias.spb.su

P. 15—20.

NAVIGATION SUPPORT OF AIRCRAFT LANDING WITH THE USE OF GLONASS TECHNOLOGIES

Possible approaches to realization of system securing aircraft approach and landing with the use of GLONASS technologies are considered. An improvement of accuracy of navigating support due to combination of differential station with additional ground emitter of GLONASS-type signal. Results of modeling of errors in navigation data for various stages of approach and landing are presented.

Keywords: satellite radionavigation system, navigation equipment of consumers, differential mode, control-adjusting station, pseudo-satellite.

Data on authors

- Viktor E. Kosenko* — Cand. Techn. Sci.; M. F. Reshetnev Information Satellite Systems Corporation, Zheleznogorsk; Deputy General Designer
- Dmitry I. Marareskul* — M. F. Reshetnev Information Satellite Systems Corporation, Zheleznogorsk; Head of Department; E-mail: dimar@npopm.ru
- Vladislav I. Ermolenko* — M. F. Reshetnev Information Satellite Systems Corporation, Zheleznogorsk; Chief Specialist
- Viktor I. Lavrov* — M. F. Reshetnev Information Satellite Systems Corporation, Zheleznogorsk; Chief Designer
- Alexander N. Arapochkin* — M. F. Reshetnev Information Satellite Systems Corporation, Zheleznogorsk; Chief Specialist
- Alexander I. Kosynkin* — A. F. Mozhaysky Military Space Academy, St. Petersburg; Head of Department
- Andrey B. Simonov* — A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Space Radiolocation and Radionavigation, St. Petersburg; Lecturer

P. 20—26.

PROCESSING OF WIND COHERENT DOPPLER LIDAR DATA ON THE BASE OF GAUSSIAN APPROXIMATION METHOD

Gaussian approximation method for determination of parameters of Doppler spectrum from wind coherent Doppler lidar data is described. The formulas for implementation of the method are given. Basic characteristics of the proposed method are determined with the use of mathematical modeling. Comparison with known methods of wind velocity estimation is carried out.

Keywords: wind coherent Doppler lidar, mathematical modeling, approximation, iteration.

Data on authors

- Valery R. Akhmetianov* — Cand. Techn. Sci.; D. F. Ustinov Baltic State Technical University “Voenmech”, St. Petersburg; E-mail: zinval@mail.ru
- Olga A. Mishina* — D. F. Ustinov Baltic State Technical University “Voenmech”, St. Petersburg; Engineer; E-mail: olga_A_mishina@mail.ru

P. 27—34.

COMPUTING DEVICE FOR RADAR SIGNAL PROCESSING

Hardware realization is proposed for recursion algorithm of 64×64 complex-valued matrix evaluation in real-time processing of radar data. Initial formula is analyzed and transformed, functional models are developed, accuracy of calculations is investigated. A method of data presentation is proposed to facilitate hardware design process. Special computing device realizing the algorithm is developed, prototype synthesis and debugging is performed.

Keywords: computing device, matrix, complex multiplication with accumulation, floating point numbers.

Data on authors

- Anatoly I. Grushin* — Cand. Techn. Sci.; Institute of Fine Mechanics and Computation Technique of the Russian Academy of Sciences, Moscow; Leading Scientist; E-mail: aigrushin@ipmce.ru
- Maxim L. Remizov* — Institute of Fine Mechanics and Computation Technique of the Russian Academy of Sciences, Moscow; Engineer-designer; E-mail: mlremizov@ipmce.ru
- Artem V. Rostovtsev* — Institute of Fine Mechanics and Computation Technique of the Russian Academy of Sciences, Moscow; Engineer-designer; E-mail: avrostovtsev@ipmce.ru
- Dmitry D. Nikolaev* — Student; Moscow Physical-Technical Institute (State University), Department of Radio-technique and Cybernetics; E-mail: ddnikolaev@ipmce.ru
- Chin Kuang Kien* — Student; Moscow Physical-Technical Institute (State University), Department of Radio-technique and Cybernetics; E-mail: kkchin@ipmce.ru

P. 34—39.

HARNESSING OF SELF-ADJUSTED ENVIRONMENTS FOR PROACTIVE SECURITY OF COMPUTER SYSTEMS

An approach is proposed to the problem of computer system proactive security. The approach is based on application of algorithmic instruments using methodology of self-testing and self-correcting programs. Along with development of self-corrected schemes, this approach is expected to become one of fundamental principle in proactive safe computer systems design.

Keywords: proactive safety, self-tested and self-adjusted programs, probability oracle program, property of casual self-reducibility, stability, tests of linear and individual competence.

Data on authors

- Oleg V. Kazarin* — Cand. Techn. Sci.; M. V. Lomonosov Moscow State University, Institute of Information Safety Problems; Leading Scientist; E-mail: okaz2005@yandex.ru, okazarin@iisi.msu.ru
- Vladimir Yu. Skiba* — Cand. Techn. Sci.; Federal Custom Service, Moscow; Head of Department of Information Safety; E-mail: skiba@gnivc.customs.ru

P. 40—45.

ELECTRIC BRIDGE WITH EXPANDED FUNCTIONAL CAPABILITIES

A four-armed pulse-powered bridge circuit is developed to measure parameters of various multi-element R-C, R-L and R-L-C two-terminal networks. Extended capabilities of the bridge are provided by replacing single resistor in compensating arm of the bridge with a multi-element two-terminal network, and does not call for additional

Keywords: bridge circuit, multi-element two-terminal network, compensating elements.

Data on authors

- Gennady I. Peredel'skiy* — Dr. Techn. Sci., Professor; Kursk State Technical University, Department of Electrical Engineering, Electronics, and Automatics
- Vladimir I. Ivanov* — Cand. Techn. Sci.; Kursk State Technical University, Department of Computer Engineering; E-mail: viva@kursknet.ru

P. 45—49.

HIGH-SENSITIVITY DIGITAL GENERATING CONVERTER

An example of program module of digital generating converter is described. The problems of digital filters selection, choice of control method, stability of generated oscillations in high-sensitivity mode, information input / output, and the converter linearity range are considered. Results of computer modeling of the converter are presented.

Keywords: program module, digital filter, generating converter, resulting pulse response.

Data on authors

- Dmitry A. Nagaev* — Tolyatti State University, Department of Electropowering and Electrical Engineering; Senior Lecturer; E-mail: dandandan@tltsu.ru
- Viktor K. Shakurskiy* — Dr. Techn. Sci., Professor; Tolyatti State University, Department of Electropowering and Electrical Engineering; E-mail: Shakurskiy@mail.ru

P. 49—54.

DIGITAL NANOTESLOMETER

A digital Hall magnetometer with remaining voltage compensation is described. The magnetometer sensitivity limit is $3 \cdot 10^{-9} Tl\sqrt{s}$. A four-pulse compensation algorithm is implemented to reduce the error in absolute magnet field measurement.

Keywords: magnetometer, Hall generator, remaining voltage, transformation rate, temperature error, microcontroller.

Data on authors

- Anton A. Golubev* — Dr. Phys.-Math. Sci., Professor; Volgograd State University, Department of Radio Physics; E-mail: axon85@yandex.ru
- Vyacheslav K. Ignatiev* — Volgograd State University, Department of Radio Physics; E-mail: ignatjev@vlpost.ru

P. 54—58.

CODE-TO-VOLTAGE CONVERTER WITH WEIGHTED CURRENTS SUMMATION AT LADDER-TYPE ATTENUATOR

A generalized structure of code-to-voltage with weighted current summation at a ladder-type attenuator is described. The possibility of reduction of number of precision resistors in the converter is analyzed. Results of experimental study of 15—16-bit converters suitable for microelectronic devices are presented.

Keywords: code-to-voltage converter, weighted current summation, ladder-type attenuator.

Data on author

- Valentine G. Galalu* — Cand. Techn. Sci.; Southern Federal University, Technological Institute, Taganrog; Department of Automated Systems for Scientific Investigations and Experiments

P. 59—65.

DIGITAL CINEMA OPTICS

Requirements to optical systems of digital cinema are considered. The basic characteristics of projective and movie optics for digital cinema are defined.

Keywords: digital cinema, anamorphic optics, optical system design.

Data on authors

- Lev N. Andreev* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Applied and Computer Optics
- Aleksey V. Bakholdin* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Applied and Computer Optics;
E-mail: bakholdin@aco.ifmo.ru
- Yulia K. Prunenکو* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Applied and Computer Optics;
E-mail: prunenکو_sju@mail.ru

P. 65—69.

INFLUENCE OF INITIAL PHASES OF LIGHT WAVES ON HARMONICS GENERATION AND PHOTOVOLTAIC EFFECT

Generation of optical harmonics in nonlinear optical crystal under the influence of broadband radiation is considered. Effect of phase difference of wave components mixed at the crystal is analyzed.

Keywords: optical harmonics, initial phase effect, radiation intensity, phase synchronism, optical synchronism.

Data on authors

- Dmitry A. Kuznetsov* — Post-Graduate Student; Far-Eastern State University of Communication Lines, Department of Physics, Khabarovsk; E-mail: dmitry.smith@khspu.ru
- Valery A. Lebedev* — Far-Eastern State University of Communication Lines, Department of Physics, Khabarovsk; Senior Lecturer; E-mail: garmonica@festu.khv.ru
- Paul S. Andreev* — Post-Graduate Student; Far-Eastern State University of Communication Lines, Department of Physics, Khabarovsk; E-mail: paha@khspu.ru
- Vladimir I. Stroganov* — Dr. Phys.-Math. Sci., Professor; Far-Eastern State University of Communication Lines, Department of Physics, Khabarovsk; E-mail: garmonica@festu.khv.ru

P. 70—75.

THERMAL RESISTANCE OF PERMANENT JOINT OF STRUCTURAL COMPONENTS

Thermo physical and mathematical models are developed for joint of structural components. Thermal fields in elements are taken to be one-dimensional, coefficients of thermal conductivity of materials and heat transfer are supposed to be independent of temperature and coordinates; heat transfer through external surfaces of the elements is neglected. Exact expressions and approximate formulas in particular cases are derived for thermal resistance of the joint at coinciding and opposite directions of input and output thermal flows.

Keywords: thermal resistance, thermal conductivity, contact resistance.

Data on authors

- Anton N. Sokolov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Computer Thermal Physics and Energy Monitoring; E-mail: dioux@rambler.ru
- Nicolay N. Tarnovsky* — Cand. Techn. Sci.; Kometa, St. Petersburg; Senior Scientist